

Een nuttig en profijtelijk boekje voor alle geografen

Gemma Frisius

Met een inleiding en nabeschuwing door H.C. Pouls

Nederlandse Commissie voor Geodesie

Uitgegeven in samenwerking met de Stichting De Hollandse Cirkel

Delft, december 1999

Colofon

Een nuttig en profijtelijk boekje voor alle geografen, Gemma Frisius
H.C. Pouls
ISBN 90 6132 268 5

Uitgegeven door: Nederlandse Commissie voor Geodesie, Delft
Vormgeving en productie: Bureau Nederlandse Commissie voor Geodesie, Delft
Druk en bindwerk: Meinema Drukkerij, Delft
Omslag: Gemma Frisius, gravure van J. van Stalburgh

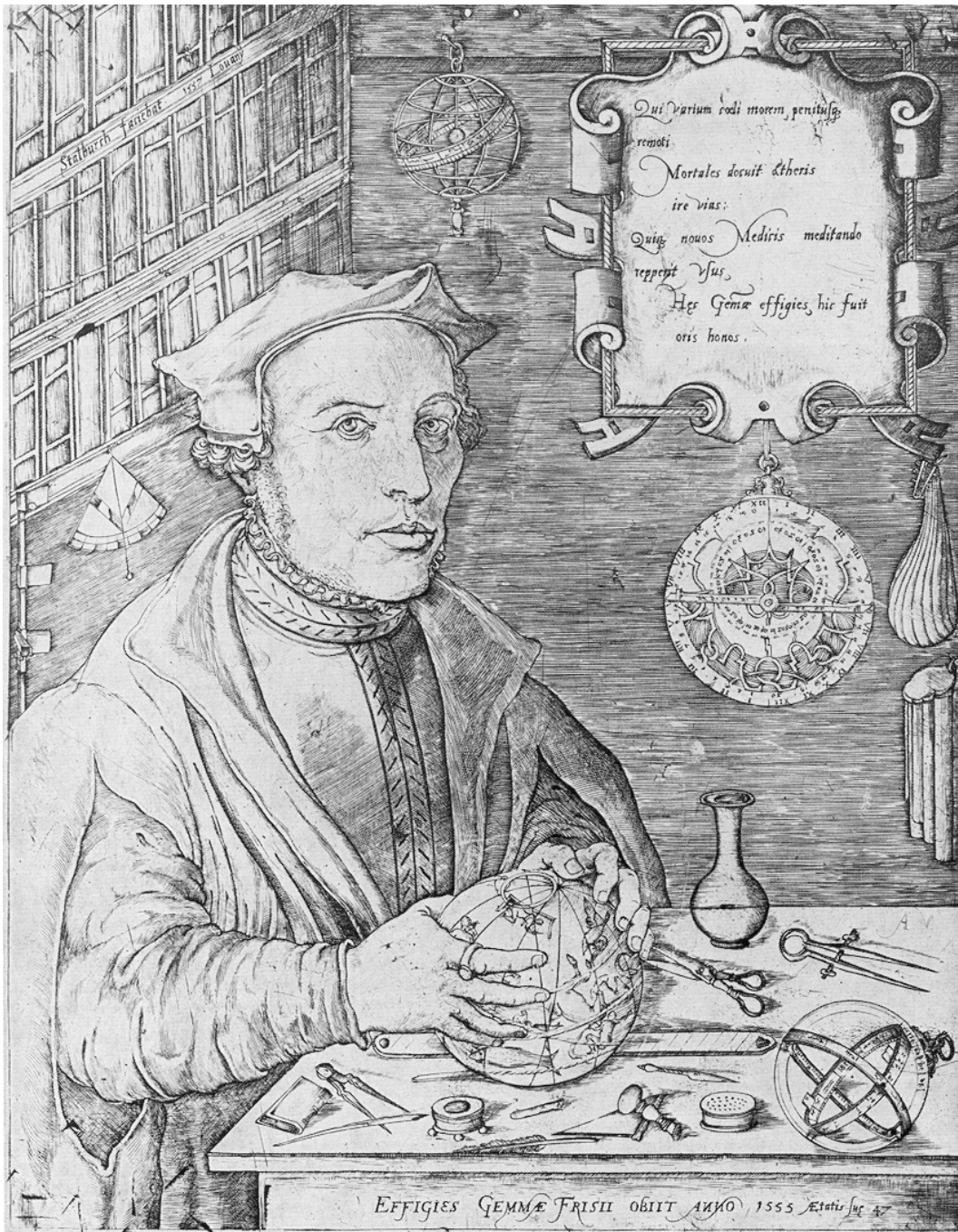
Bureau van de Nederlandse Commissie voor Geodesie
Bezoekadres: Thijsseweg 11, 2629 JA Delft
Postadres: Postbus 5030, 2600 GA Delft
Tel.: 015-278 28 19
Fax: 015-278 17 75
E-mail: ncg@geo.tudelft.nl
Website: www.ncg.knaw.nl

De Nederlandse Commissie voor Geodesie (NCG)
is een instituut van de Koninklijke Nederlandse Akademie van Wetenschappen (KNAW).

Deze publicatie is tot stand gekomen in samenwerking met:
Stichting De Hollandse Cirkel voor de Geschiedenis der Geodesie
Thijsseweg 11, 2629 JA Delft, tel.: 015-278 20 47/25 80, fax: 015 278 23 48
E-mail: HollandseCirkel@geo.tudelft.nl

Inhoud

Inleiding	1
Petrus Apianus en zijn <i>Cosmographicus Liber</i>	3
Gemma Frisius	9
"Een boecxken seer nut ende Profitelijc"	11
Nabeschuwing over de tekst met bijzondere aandacht voor de beschreven methoden en het instrumentarium	29
De methode van de voorwaartse snijding	29
Trilateratie	31
Indirecte afstandsmeting	32
Richting en afstand	33
Berekening van het geografisch lengteverschil uit het breedteverschil en de afstand	34
De instrumenten	34
Het "Instrumentum Planimetrum" of volle cirkel	35
Het schipperskompas	35
Instrumentele ontwikkelingen	36
De Scala Altimetra of Geometrica	37
De verspreiding van de driehoeksmeting over Europa	37
Aantekeningen	41
Summary, Gemma Frisius and his method of triangulation	43



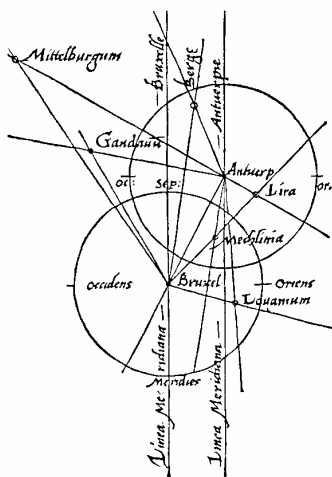
Gemma Frisius, gravure van J. van Stalburgh.

Inleiding

In 1533 verscheen een publicatie die van grote betekenis zou blijken te zijn voor de ontwikkeling van de landmeetkunde. Deze publicatie betrof een door Gemma Frisius bewerkte Latijnse uitgave van Petrus Apianus' "*Cosmographicus Liber*", die door Frisius voorzien was van een aanhangsel getiteld "*Libellus de locorum describendorum ratione*".

In 1537 verscheen een Nederlandse editie bij Gregorius de Bonte te Antwerpen. Ook hieraan was dit aanhangsel toegevoegd, nu met de Nederlandse titel: "*Een boecxken seer nut ende Profitelijc allen Geographiens leerende hoemen eenighe plaetsen beschrijven ende het verschil oft distantie der selver meten sal, welck te voren noyt ghesien en is gheweest, ghemaect by Gemmam Frisium Mathematicien ende Licenciaet inde Medicijnen.*" ⁽¹⁾ In dit aanhangsel werden voor de eerste keer de beginselen beschreven van, wat in de landmeetkunde genoemd wordt, de driehoeksmeting.

In veel landmeetkundige en kartografische studies wordt naar deze publicatie verwezen, echter slechts weinige auteurs hebben dit geschrift gelezen en nog minder is er op gewezen dat dit een aanhangsel, een appendix, is op de "*Cosmographie*" van Petrus Apianus. Met andere woorden dat dit een aanvulling is op datgene wat in de tekst daarvoor beschreven werd en dat het aanhangsel van Frisius dus in samenhang met de voorgaande tekst gelezen moet worden. Sedert 1533 zijn er 28 herdrukken verschenen in diverse talen, waaronder enige in het Nederlands o.a. in 1598 en 1609 bij Cornelis Claesz. te Amsterdam. Door deze vele herdrukken heeft de inhoud ruime bekendheid gekregen in Europa.



Afbeelding 1.

Het is opmerkelijk dat in ons land van deze belangrijke Nederlandse tekst van een beroemd Nederlander nog nooit een hedendaagse herdruk is verschenen. Een groter publiek had dan kennis kunnen nemen van de inhoud. Dit is des te opmerkelijker omdat in 1985 een door Erich von Reeken uit het Latijn vertaalde Duitse uitgave is verschenen ⁽²⁾. Dit boekje bevat, naast de tekst van Gemma Frisius, ook een beknopte historische en biografische toelichting, echter geen nadere bespreking van de inhoud.

Wijd verspreid is de tekening van een driehoeksnets met de steden Brussel, Antwerpen, Gent, Middelburg, Bergen op Zoom, Lier, Mechelen en Leuven (zie afb. 1). Haasbroek heeft in een publicatie uit 1968 ⁽³⁾ aan het leven van Gemma Frisius en aan dit driehoeksnets enige aandacht besteed in samenhang met latere

driehoeksmetingen van Tycho Brahe en Snellius. Helaas heeft hij slechts dit aspect besproken en niet de overige inhoud van het boek.

In het hierna volgende zal eerst beknopt de inhoud van het boek van Apianus worden besproken, dan wordt de volledige tekst gegeven van de appendix en vervolgens wordt dieper ingegaan op de inhoud en betekenis van die tekst.

Petrus Apianus en zijn *Cosmographicus Liber*

Peter Apian (Bennewitz), die zich later Petrus Apianus zou noemen, werd in 1495 in Leisnig (45 km oostelijk van Leipzig) geboren. Hij studeerde eerst in Leipzig en daarna in Wenen, waar in 1520 zijn eerste landkaart verscheen. Van 1527 tot zijn dood in 1552 was hij hoogleraar in de wiskunde aan de universiteit van Ingolstadt. Hij maakte landkaarten en ontwierp mathematische en astronomische instrumenten. In 1533 publiceerde hij zijn *"Instrument Buch"* waarin diverse instrumenten beschreven werden. Het meest bekend werd hij door zijn *"Cosmographicus liber"* dat in 1524 in Landshut verscheen. Dit werk was opgedragen aan de bisschop van Salzburg, monseigneur Lang. In 1529 verscheen in Antwerpen een door Gemma Frisius bewerkte Latijnse uitgave *"Cosmographia"*. Deze werd gevolgd door de reeds genoemde uitgave van 1533 die de appendix bevatte ⁽⁴⁾.

Door de uitbreiding van de handel naar verre streken en de grote ontdekkingsreizen was de belangstelling van de mensheid voor het wereldbeeld toegenomen. De uitvinding van de boekdrukkunst en het verschijnen van gedrukte kaarten van landen en werelddelen maakte verspreiding van kennis en kaartbeeld eenvoudiger. Door de toegenomen interesse voor de oudheid kwam het wereldbeeld van Ptolemeus weer in de belangstelling.

Claudius Ptolemeus leefde omstreeks 150 na Chr. in Alexandrië. Deze heeft de wereld van zijn tijd beschreven in zijn *"Geographia"*. Essentieel is daarin een lijst met geografische coördinaten van circa 8000 plaatsen. Daarbij is de breedtegraad gebaseerd op de evenaar en de lengtegraad op het westelijkste punt van de *"Fortunatae Insulae"*. Tegenwoordig neemt men aan dat daar de Canarische eilanden mee bedoeld werden, alhoewel de ligging t.o.v. Afrika sterk afwijkt van de werkelijkheid. Het oudste bewaard gebleven Griekse handschrift van Ptolemeus' *"Geographia"* dateert uit ca. 1200, dit geschrift bevat echter geen kaarten. Bij latere uitgaven zijn door geleerden en kartografen kaarten toegevoegd, gebaseerd op de gegevens van Ptolemeus. De eerste gedrukte uitgave verscheen in 1477 in Bologna en bevatte 26 kaarten. Daarna volgden talloze andere uitgaven waaraan later ook nieuwere kaarten werden toegevoegd.

Naast deze kaarten verschenen er ook boeken met beschrijvingen van de toen bekende wereld en haar bewoners. Tot die publicaties behoort ook het hier te behandelen boek van Petrus Apianus.

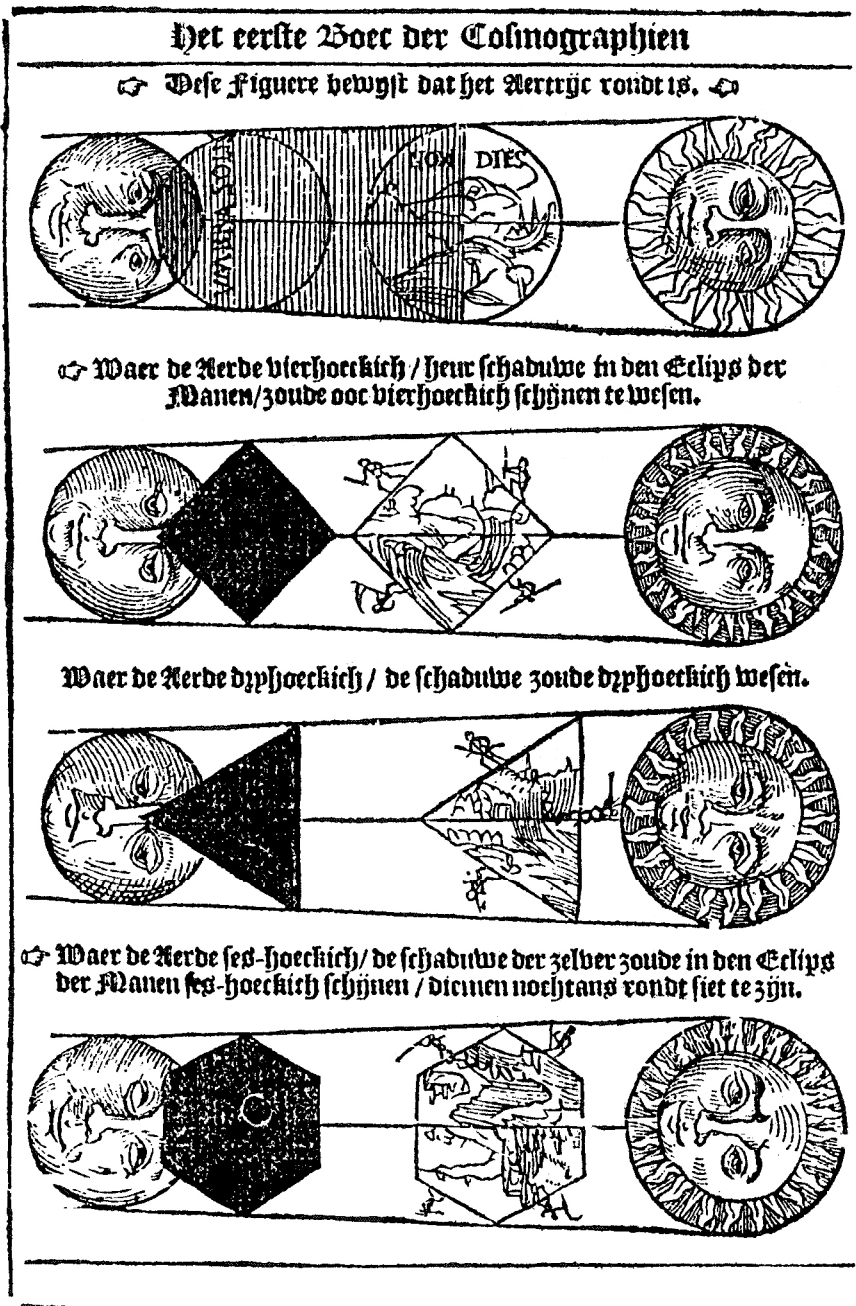
Kijken we naar de bewerking door Gemma Frisius van dit boek dan lezen we:

"Cosmographie, Ofte Beschrijvinge der gheheelder Werelt, begrijpende de gelegentheit ende bedeeelinghe van elck Lantschap ende contreye der selver, gheschreven in Latijn door Petrus Apianus.

Ghecorrigeert ende vermeerdert door M. Gemma Frisius, Excellent Geographijn ende Mathematicijn"

In de hier beschreven uitgave van 1598 begint het boek met een beknopte inhoudsbeschrijving die wordt gevolgd door een voorwoord aan *"Den goetwilligen beminders der Cosmographyen."* Hierin lezen we onder meer dat het boek uit

twee delen bestaat en ook voor "allen Pyloten, Zeevaarders, ende Lantmeters seer nootsakelick ende bequaem" is. Hierna volgt een uitgebreide inhoudsopgave "soo wel van de Cosmographie van Petrus Apianus, als van de Tractaten van Gemma Frisius, ende van d'andere Authouren aengaende dese materie".



Afbeelding 2.

De 'Cosmographie' zelf bestaat uit twee delen:

"Het eerste deel van desen Boec is van den beghinselen der Cosmographien, ende Geographien, met diversche schoone Instrumenten daer toe dienende ...

Int tweede deel van desen boec der Cosmographien worden beschreven de vier principael deelen der werelt, als Europa, Africa, Asia, ende America, metten wonderlijcken dinghen ende monsteren diemen daer inne vindt."

In beide delen zijn voortdurende aanvullingen van Gemma Frisius op de tekst te vinden. Hierna volgt een *"Appendix oft Additie"* van Apianus over *"hoe men de uren des nachts zal weten"*. De laatste zin luidt: *"Ende hier mede eynden wy onse Cosmographie."* Totaal 103 folio's.

Dan volgen enige aanvullingen van Gemma Frisius. In de eerste plaats *"Een boecxken seer nut ende Profitelijc ..."*, gedateerd 31 januari 1533, en vervolgens de nauwelijks bekend geworden toevoeging over *"Dat ghebruyck ende handelinghe vanden Astronomijnschen Rinc van Gemma Frisio Mathematicien ende Doctor in Medicinen..."*, dit is gedateerd 1 februari 1534. Deze aanvullingen bestrijken de folio's 104 t/m 121.

Tot slot is er een alfabetische lijst met geografische coördinaten van *"sommighe zeer vermaerde Steden en plaetsen"*.

In het eerste deel van de 'Cosmographie' worden diverse begrippen behandeld zoals wat kosmografie, geografie en chorografie is. Verder de bewegingen van zon, maan, planeten en sterren, de klimaatzones e.d. De tekst wordt geïllustreerd door eenvoudige, duidelijke, soms zelfs humoristische tekeningen. Als voorbeeld hier de illustratie van het bewijs dat de aarde rond is (afb. 2).

Het achtste en negende hoofdstuk of 'capittel' gaan over de breedtecirkels of meridianen en het bepalen van de breedtegraad. Er wordt op gewezen dat de breedte van een bepaalde plaats gelijk is aan *"de Elevatie oft hoochde vanden Pole"*. In deze hoofdstukken wordt ook (de voorkant van) het astrolabium besproken waarmede diverse astronomische berekeningen gemaakt kunnen worden. Dit instrument wordt hier *"Het Instrument van Theorica Solis"* genoemd. Verder wordt aangegeven hoe de poolster gevonden kan worden vanuit het sterrenbeeld van de Grote Beer maar ook met *"een Compas, als de zee-vaerders oft Wandelaers besighen"*.

Het tiende hoofdstuk bespreekt het vinden van *"de lenghde der Landtschappen, Provintien, Steden ende Plaetsen"*. Het bepalen van de geografische lengte is lang een zwak punt gebleven tot de uitvinding van nauwkeurige en betrouwbare tijd-klokken ⁽⁵⁾. Vóór die tijd gebruikte men verschillende astronomische methoden, die echter niet erg nauwkeurig waren. Aan Johannes Müller of Regiomontanis (ca.1430-1476) danken we tabellen waarmede de lengte bepaald kon worden uit de (hoek)afstanden tussen maan en sterren. Voor het meten van die afstanden gebruikte Apianus de Jacobsstaf. Eerst beschrijft hij hoe die gemaakt moest worden en daarna hoe die gebruikt werd.

In het elfde hoofdstuk worden de *"maten, die de Landtmeters ghebruycken"* beschreven. Beginnend bij de 'granum hordei' of 'gherste graen' via de 'digitus oft



Afbeelding 3.

vingher', de 'palmus' (palm), de 'pes' (voet) komt de schrijver uiteindelijk bij de 'pertica' of roede van tien voeten (afb. 3).

Al deze benamingen zijn terug te voeren op de oude Romeinse maten. Verder lezen we:

"Miliare Germanicum, dat is de Duytsche mijle, heeft 4000 schreden.

Miliare Germ. magnum, dat is de hooch Duytsche mijle, heeft 5000 schreden.

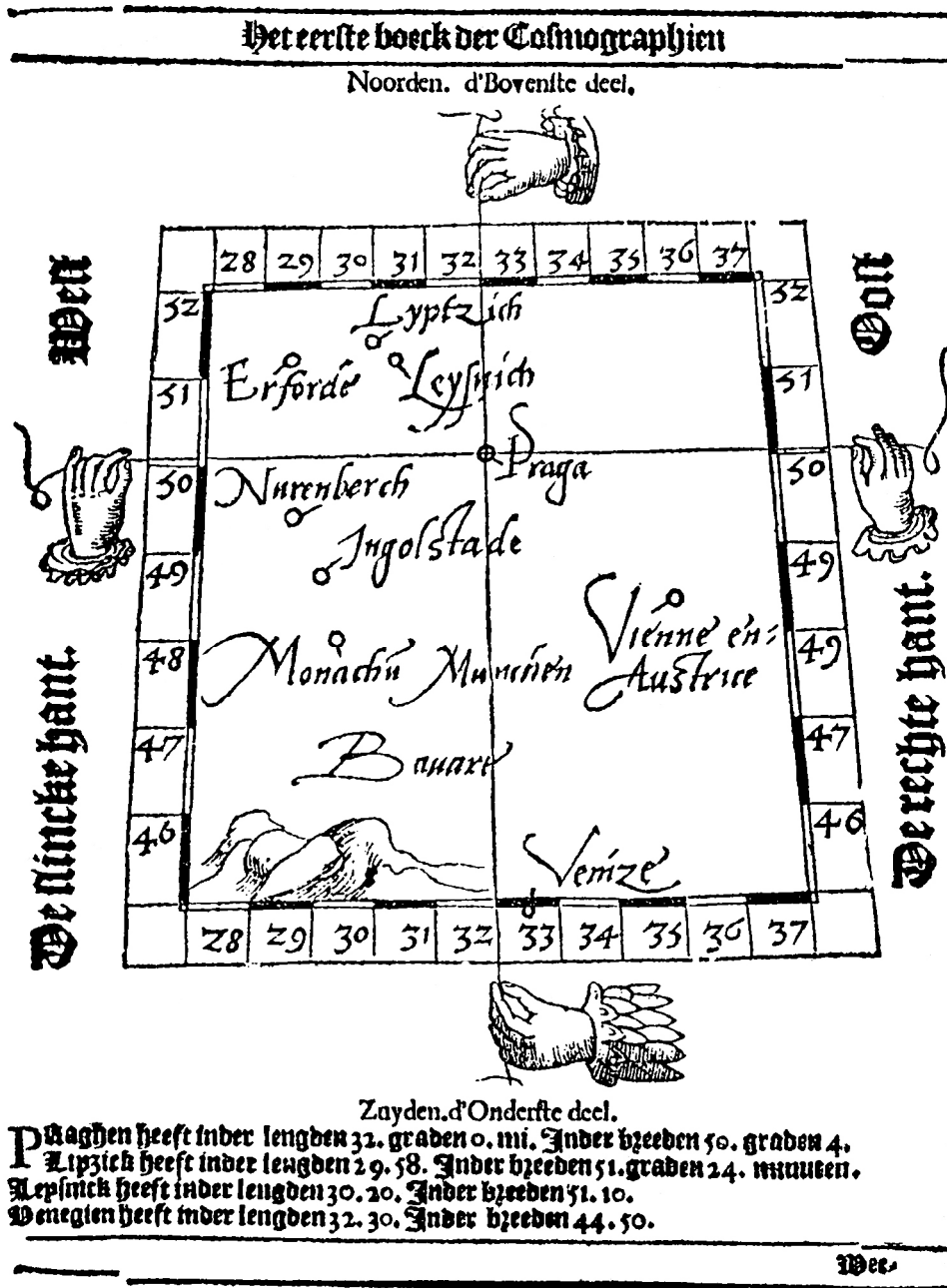
Miliare Germ. commune, dat is de ghemeyn Duytsche mijle, heeft 32 stadien."

Aangezien een stadium 125 schreden is, betekent dit dat deze mijl ook 4000 schreden heeft, waarom dan deze andere benaming? Nergens wordt gerefereerd aan de vastgelegde standaardmaten die in die tijd in de diverse gewesten, streken en steden in gebruik waren. Er is dan ook geen enkele relatie tussen deze maten en de in de praktijk van de landmeetkunde gebruikte roeden en voeten! De bewering dat het hier gaat om de maten die landmeters gebruiken is dan ook onjuist.

Belangrijk is het volgende hoofdstuk waarin behandeld wordt hoe de afstand tussen twee plaatsen berekend kan worden als de geografische coördinaten bekend zijn. Hierbij wordt stilzwijgend aangenomen dat de aarde een bol is en dat er 15 mijlen in een graad gaan.

Eerst bespreekt Apianus hoe die afstand gevonden wordt als de beide plaatsen op dezelfde lengtegraad liggen. Het verschil in de breedtegraad, vermenigvuldigd met 15 is dan de afstand in mijlen.

Vervolgens wordt behandeld hoe groot die afstand is als beide plaatsen op dezelfde breedtegraad liggen. Breedtecirkels zijn evenwijdig aan de evenaar en worden naar de pool toe steeds kleiner. De afstand tussen twee lengtecirkels of meridianen is dus variabel. In het boek wordt een tabel gegeven voor die afstand voor elke breedtegraad oplopend van de evenaar (= 15 mijl) tot de pool (= 0 mijl). Hierbij is de mijl weer verdeeld in 60 minuten! Zo is die afstand op de 15e



Afbeelding 4.

breedtegraad 14 mijl en 29 minuten, op 30° 12 mijl 59, op 45° 10 mijl 36, enz. Aan de hand van deze tabel is dus te bepalen hoe groot de gevraagde afstand is.

Moeilijker wordt het als er een lengte- en een breedtegraadverschil is. Als voorbeeld gebruikt Apianus de afstand tussen Constantinopel (dat ligt op een lengte van 56° 0' en breedte 43° 5') en Ingolstadt (29° 6' en 48° 42'). Stap voor stap wordt de berekening doorgenomen en zo vindt de schrijver een afstand van 293 mijlen en 15 minuten. Men moet hierbij kwadrateren en worteltrekken en daarom is in het geschrift een eenvoudige kwadratentafel van 2 tot 100 opgenomen. Het probleem van de bolvorm van de aarde wordt hier opgelost door in de hiervoor genoemde tabel te werken met de 'middel'breedte, in dit geval dus 45° 53' (afgerond).

Vervolgens worden nog drie methoden gegeven om de plaatselijke meridiaan of noord-zuidlijn te vinden.

Het veertiende 'capittel' gaat over het gebruik van geografische coördinaten, hier "*Tafelen van Ptolomeus*" genoemd. Eigenaardig is dat eerst hier wordt toegelicht hoe daarmee op een kaart gewerkt wordt (zie afb. 4).

Tot zover het belangrijkste van het eerste deel van de Cosmografie. Het tweede deel geeft een beschrijving van landen en werelddelen, met daarbij de geografische coördinaten van belangrijke plaatsen.

We zullen hier verder geen aandacht aan besteden alhoewel de inhoud zeker het lezen waard is. We krijgen hier een goed inzicht in de geografische kennis van de 16e eeuw. De inhoud is hier en daar, in onze ogen, zelfs vermakelijk. Zo lezen we bij Ethiopië; "*Dit lantschap heeft diversche monsteren van menschen ende beesten. Als BLEMMEES hebbende de oogen ende den mont inde borst, NUBAS, CYNC-CEPHALOS hebbende hoofden als honden, etende menschen Vleesch*", enz.

Na dit tweede deel volgt een "*Appendix oft Additie*" van Apianus over de manier om 's nachts de uren te vinden uit de maanstanden of bepaalde vaste sterren. In deze toevoeging wordt ook de nocturniaal of nachtwijzer besproken. Dit was een instrument waarmee uit de stand van de twee uiterste sterren van de Grote Beer (Dubhe en Merak) ten opzichte van de Poolster, zonder rekenen de tijd gevonden kon worden ⁽⁶⁾. Aangezien dit voor ons geen betekenis heeft wordt hier niet verder op ingegaan.

Tot zover de tekst van Apianus, met hier en daar aanvullingen door Gemma Frisius. De lezer wordt dus geacht de inhoud hiervan te kennen alvorens hij "*Het Boecxken*" van Frisius gaat lezen. Hij is dus op de hoogte van de wijze waarop de geografische coördinaten bepaald worden, hoe hieruit afstanden in mijlen berekend kunnen worden en hoe met behulp van die coördinaten plaatsen gekarteerd kunnen worden.

Gemma Frisius

Gemma Frisius, wiens eigenlijke naam Jemme Reinersz was, werd op 8 december 1508 in Dokkum geboren. Hij bezocht de Latijnse school in Groningen, over zijn jeugdijaren is verder weinig bekend.

Op 26 februari 1526 werd hij aan de universiteit van Leuven ingeschreven en op 19 maart 1528 werd hem het Magister Artium verleend. Omstreeks 1538 werd hij benoemd tot hoogleraar en in 1541 promoveerde hij tot doctor in de medicijnen.

Hij trouwde in Leuven op 2 juni 1534 en kreeg diverse kinderen waarvan alleen Cornelis, geboren op 28 februari 1535, bekend is geworden. Deze werd in 1569 eveneens hoogleraar in Leuven. Gemma Frisius overleed in Leuven op 25 mei 1555.

Alhoewel hij in de medicijnen gepromoveerd was, ging zijn belangstelling vooral uit naar wiskunde, astronomie, geografie en kartografie. Ook meetinstrumenten hadden zijn belangstelling. Zo stelde hij een aantal verbeteringen voor aan de jacobsstaf en ontwierp hij het astrolabium catholicum ⁽⁷⁾.

Zijn voornaamste publicaties zijn:

- *De principiis astronomiae, cosmonomiae et cosmographiae ...*, Antwerpen 1530. Hierin stelt hij voor een nauwkeurig draagbaar uurwerk te gebruiken voor de lengtebepaling op zee.
- *De radio astronomico et geometrico*, Antwerpen 1545. Dit gaat over het gebruik van de jacobsstaf.
- *Arithmeticae practicae methodus facilis*, Antwerpen 1547. Dit werk over het rekenen beleefde vele herdrukken.
- *De usu annuli astronomici*. Antwerpen 1548. hierin wordt de z.g. astronomische ring beschreven.
- *Medici ac Mathematici de astrolabo catholico liber ...*, Antwerpen 1556. Beschrijving van het astrolabium catholicum.

En dan natuurlijk zijn '*Libellus de locorum describendorum ratione*', het aanhangsel op Frisius' bewerking van de *Cosmographie* van Apianus uit 1533. Van de Nederlandstalige bewerking, voor het eerst verschenen in 1537 ⁽⁸⁾, volgt hierna de volledige oud-Nederlandse tekst ⁽⁹⁾. Hierbij is getracht per bladzijde de tekst zo veel mogelijk in overeenstemming met het origineel te houden. De oorspronkelijke schrijfwijze is aangehouden.

Verklaring van enige veel voorkomende woorden

beworpen of bewerpen:	ontwerpen, maken;
declaratie:	verklaring;
int begintsel:	in het begin, hiervóór;
linie der ghelegentheyt:	georiënteerde richting, maar ook alleen richting;
meridiaen:	lengtecirkel, noord-zuidlijn, maar ook middellijn.
teecken plaetsen:	een stok of paal plaatsen (in onze tijd een 'jalon')

"Een boecxken seer nut ende Profitelijc"

Tafel der Capittelen

Hoemen Landschappen oft eenighe Plaetsen beschrijven zal,
ghemaect door Gemma Frisius,
begrijpende zeven Capittelen

I.	Hoemen eenighe plaetsen in het plane beschrijven zal, daer breedde, lenghde, ende distantie aff onbekendt zijn.	104
II.	Hoemen een Kaerte bewerpen zal, alleen kennisse hebbende vander distantie der plaetsen.	106
III.	Om te vinden de distantie van eenigher Plaetsen, die men sien kan, hoe verre de-zelve ooc is verschillende.	106
III.	Hoemen tselve by der leeren Scala Altimetra, oft Geometrica vinden sal.	107
V.	Hoemen lichtelijc zoude mogen eenich Landschap beschrijven, zonder eenich Schippers Compas, ofte aen-merckinghe van der Meridiaen Linie.	108
VI.	De maniere om het zelve te beschrijven byder distantien, ende den Hoec der gheleghenthey.	109
VII.	Hoe-men de differentie oft het verschil der lenghden bekennen zal uyt der differentien der breedten, ende rechter distantien.	110

**Een boeckerken seer nut ende
Profitelijc allen Geographiens / leerende
hoemien eenighe plaetsen beschryven / ende het verschil oft distan-
tie der selver meten sal / welck te voren noyt ghestien en is gheweest /
ghemaectt by Gemmam Frisium Mathematicien ende Li-
cenciaet inde Medicijnen.**

**Den grootgheachten Heere ende koopman / Heeren Thoma-
spne Bombelli / Gemma Frisius Saluyt /**

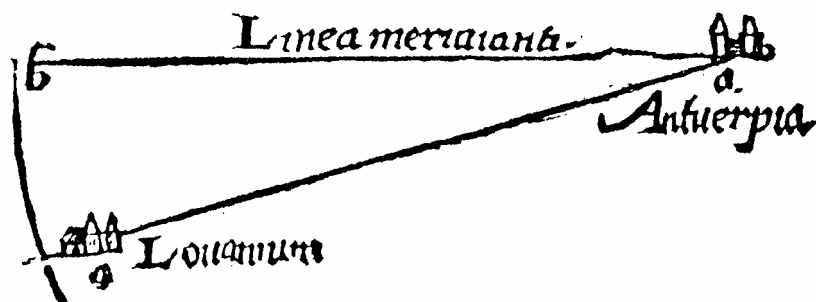
Aet langhe en ist gheleden seer groot gheachte Heere / dat ick eens ter
liefsden van goede vrienden desen boec der Cosmographien van Petrus
Apianus tot dien tijde rebelijck ghecozrigeert den geleerden wederom-
me ghegheben hadde. Waer inne dat mijnen arbeijt (soo my dunckt)
niet al verloren en is gheweest. Want boven allen die exemplaren die tot
dien tijde ghedrukt ende vercocht waren / worden wederomme van my ande-
re hegeert / hoe wel dat my desen lof niet toegeschreven en behoort te sijne / maer
sijnen eyghenen Authoz. Niettemin ons zalder ooc eenighe eere af toetomen /
eest datmen de oude exemplaren metten Nieuwen vergelijcke ende oversien /
had oock niet deur ons toe-stoken gheweest / hy en soude noyt in soo vele han-
den ghecomen zijn. Maer om dat ick der gheleerder neersticheyt behulpich
soude wesen / soo hebbe ick den selven boec wederomme (ter begeerten vanden
sommighen) op een nieu neerstelijck oversien / ende de fauten (die int drucken
deur onachtsaemheyt dickwils niet aenghemerct en worden) gebetert ende ge-
cozrigeert / ende den selven gheheelijck gheresitueert. Ende om dat hy aen-
ghenamer (ia dat meer is / profytelijcker soude wesen) soo heb ickter sommige
dinghen by ghedaen totter volmaectheyt deser scientien dienende / de welke
van niemanden te voren (so ick wel wet e) int lichte en sijn ghebracht in ghelijc-
ker manieren. Waer want heden daechs de costupme is / dat so wanneer pe-
mant pet Nieuw maectt in eenigher scientien oft consten / dat hy e selve sonder
Patroon oft Beschermmer int openbaer niet wte en laet gaen. Zoo en behoo-
re ic selve oock niet te laten / noch en mach my daer van niet heuschelijck ver-
excuseren / ten sy dat ick dit ons werck ende arbeijt utwer liefsden ende bescher-
minghen bevele. Al ist nochtans also dat ick wel wete dat ghy e selve (want
ghy geensins eergterich en zyt) qualijck nemen sult / dat pemandt uwen Naem
die ghenoech bekent is / hoochlijcker prijsen soude. De welck ick nochtans
gheenensins en mach laten / midts dat my daer toe dwinght utwe beleefheyt / die
ghy tot allen menschen ghebryuyct / ende meestendeel tot den gheleerden / daer
aen ghelt noch goet sporende / maer de selve als een Mercurius opboeyt ende be-
schermt. Bidde daerom utwer Eer. heur believen wille / dit ons kleyn booz-
nemer in dancke ontfangene / den welcken (soo verre alst Godt gunt) meerder
dinghen volghen sullen / den Heere heur daer mede bevelende / wt Antwerpen
den laetsten Januarij Anno 1533.

Boe-

**Hoemen eenige plaetse int plane beschryven sal, daer breede, lenghde,
ende distantie af onbekent zijn.**

Dat eerste Capittel

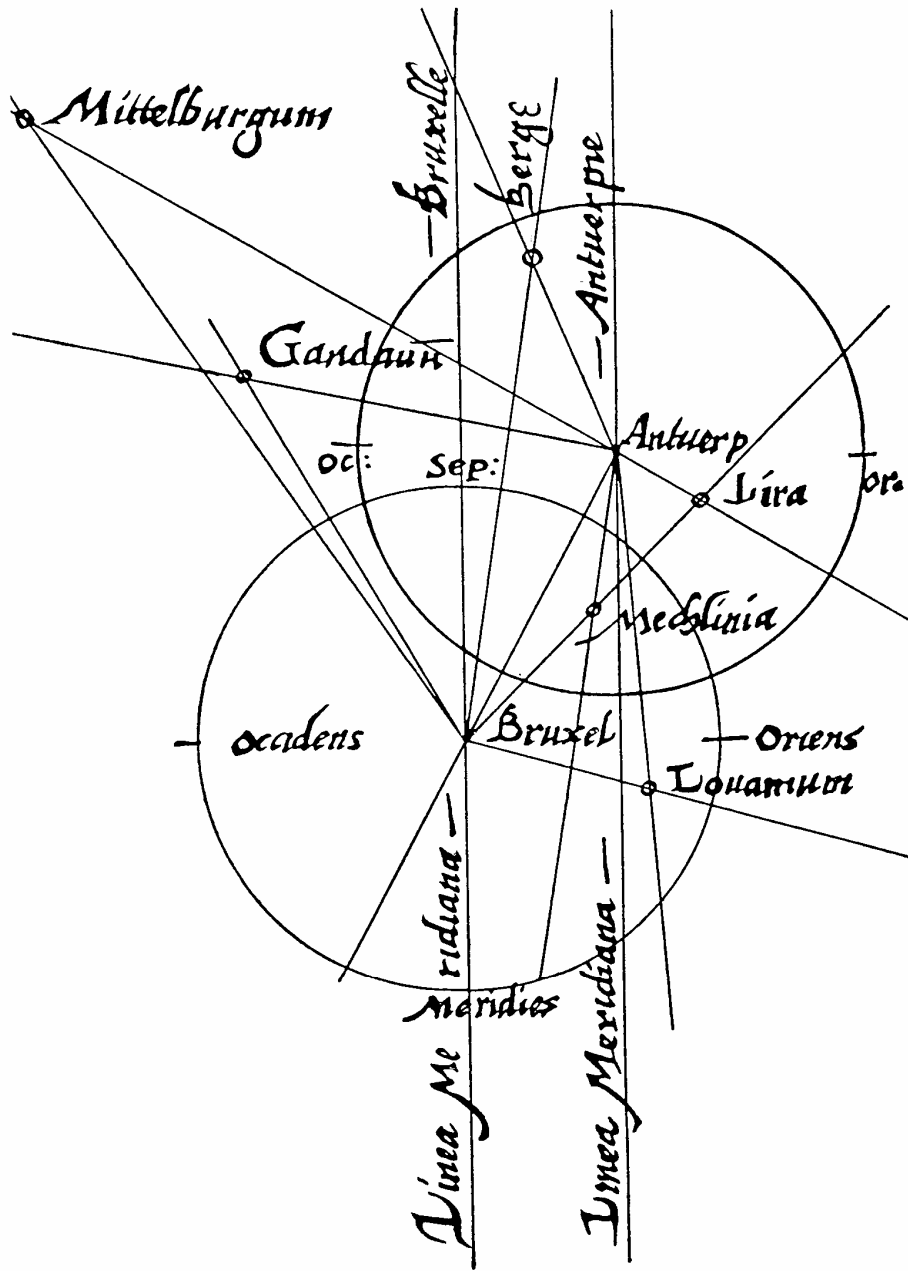
Voerwaer ick en can dat niet gheloochenen, dit en is in ditte de sekerste Maniere, die byden lenghden ende breeden oft byden Meridiaen ende hoochte des Pools der plaetsen toegaet. Daer na de ghene die by den breeden ende hoecken der positien oft gheleghentheydt de Landschappen beschrijft. Ten laetsten, diet alleene by den hoecken der gheleghentheydt doet, welcke Maniere wy hier eerst stellen, om datse lichter ende ghemeynder is dan dandere. Ende het dunckt my niet onbequaem zijn te declarerene, welcke wy hier in deser plaetsen heeten de hoecken der positien oft gheleghentheydt. Want den hoeck der positien wort hier gheheeten dat interstitium oft verschil inden Horizon van eenigher plaetsen, dat is tusschen den Meridiaen der selver, ende den verticalen circule, dats recht boven over thooff overgaende van deser plaetsen deur een andere. Oft, op dat ghy tselve lichtelijcker verstaen soudt, het is de distantie die tusschen den Meridiaen is van eeniger plaetsen, ende de linie die van daer deur een ander plaetse is gaende, inden Horizon genomen. Als in deser naevolgender figuren blijktt, daer a.b. de Meridiaen linie is, oft getrocken na t'zuyden, a.c. de linie vander gelegentheydt vander eender plaetsen tot der andere. Ic kenne dat wy b.c. hier niet so iuyste en heeten den hoeck der gelegentheydt, maer daeromme om dat b.c. is alleen van noode te weten, zo laet ons nemen b.c. als tfondament voor den geheelen hoec van b.a.c.



Als ghy een geheele provincie oft lantschap beschrijven wilt met allen sijnen steden, na deser manieren, so maect een instrument op een effen bert, aldus. Inden eersten eenen circule die in 4. quadrant gedeylt sy, ende elc quadrant in 90. gelijcke deelen, daer na sult ghy inde middelt vanden instrumente eenen wijser met cleyen pinnekens ende gaetkens vast maken om daer deur te siene, ghelijck men opden rugghe vanden Astrolabium heeft. Dit instrument aldus gemaect zijnde, so moet ghy hebben een schippers Compas, want u dat hier toe sonderlinge van noode is. Dese dingen nu al hebbende, so gaet aldus voorts. Stelt eerst u effen instrument in een effen plaetse, ende t'compas daer oppe, also dat het cruyse vande Compasse correspondere op de 4. hoecken den cruyce vanden instrumente daer onder.

Daer na draeyt dat instrument metten Compasse so lange tot dat den wijsere vanden Compasse correspondere op den geschilderden wijsere, ende daer na dat instrument aldus blijvende, soo nempt dat Compas wech. Ist dat ghy nu uut uwer plaetsen weten wilt den hoec der gelegentheyt van eeniger ander plaetsen, so draeyt den wijsere sonder dat instrument te verdraeyen so lange, tot ghy deur de gaetkens siet dander plaetse, ende ghy sult terstont sien den hoec der gelegentheyt Zuytwaerts oft Noortwaerts, na dat den wijsere voorder van dier plaetsen gaet. Nu mocht yemant vragen, waer toe dient ditte? Want al had ic op een plaetse zijnde de positien oft gelegentheyt van allen plaetsen, ist dat ick daer by niet en hebbe de bekende distantien der selver plaetsen, ten sal niet baten. t'Is waer van eender plaetsen, want ghy en meucht niet beschryven de ghelegentheyt vander derde plaetse, ten sy dat ghy de hoecken hebt vander gelegentheyt vander twee plaetsen. Daeromme wilt ghy nu een heel lantschap beschrijven, so ondersuect eerst de ghelegentheyt vander stadt daer ghy beginnen wilt, ende dan de gelegentheyt van allen den omliggenden plaetsen, ende betreckse op een effen plaetse, makende eerst een circule vanden puncte daert u believe sal, ende deylt den selven circule in 360.gr. gelijk als dat instrument gedeylt is, in desen circulen telt de gelegentheyt van elcker plaetsen, ende uut den centre treckt voor elcke plaetse een linie, ende by elcke linie der gelegentheyt schrijft heuren naem. Ende op dat ghy veel reysens schouwen meucht, so klimt op den hoogsten toren vander stadt, ende siet van daer rondomme gelijk van eenen waecktoeren, daer na reyst tot een ander stadt, ende doet daer ooc also met den hoecken der ghelegentheyt van allen den omliggenden plaetsen die ghy daer siet. Nu stelt dat punct van deser steden so verre alst u belieft vander eersten puncte, nochtans opde linie van heurder gelegentheyt, ende treckt van desen puncte eenen donckeren circule ende eenen Meridiaen over al even verre verschillende vanden eersten Meridiaen. Ten lesten treckt uut desen puncte de linien die ghy gevonden hebt vander gelegentheyt der plaetsen, ende daer die linie van dier plaetsen, de linie vander selver plaetsen die daer te voren stont dweers deurgaet, daer sult ghy een teecken stellen voor sulcken plaetse. Ende ghy sult alsoo doen met alle den plaetsen van eenigen Lantschappe, so verre reysende tot dat alle de plaetsen die ghy beschryven wilt tweemaal in u gesichte comen, ende dat ghy van allen den steden twee linien der ghelegentheyt hebt.

Laet ons tot eenen exempel beschryven sommige plaetsen van Brabant, ende om dat lichtelijcken te doene, si climme ick op den torre van Antwerpen metten instrumenten, ende sette dat instrument na de vier hoecken der Werelt, ende ic sie rontomme alle de plaetsen die ick sien mach. Ende ick vinde dat Gent bycans 80.graden stret van het Noorden Westwaerts, Liere van Oosten naet Zuyden declineert 30.gr. Mechelen bycans 8.gr. vant Zuyden naet Westen, Loven 4.gr. vant Zuyden naet Oosten, Brussel 25.graden vant Zuyden naet Westen, Middelburch 30.gr. vant Westen naet Noorden, Bergen opden Zoom 20.graden vanden Noorden Westwaerts. Ende dese plaetsen sullen u ghenoech sijn voor een exempel. Dit nu hebbende, so stelle ick een punct inde middelt van eenigen plane dinghe, d'welck Antwerpen beteekent, ende ick make van dien puncte eenen circule, den welcken ick in 4. deelen deyle,



daer by schryvende de 4.hoecken der werelt, Oriens Oost, Occidens West, Meridies Zuyden, ende Septentrio Noorden. Ende elc quadrant vanden selven deyl ic in 90.deelen, oft ten minsten den halven circule in 180.graden daer na trec ic uutten puncte dat Antwerpen is tot elcker plaetsen vander voorsz. steden een linie deur heur graden en laet alzo de Caerte imperfect met heuren linien alleen. Ende ick reyse met mijnen instrumenten na Brussel, ende sueck daer wederom van allen de plaetsen die ic metten gesichte begripen can de linien van heuren positien, ende ick vinde dat Loven vanden Oosten na t'zuyden treckt bycans 14.graden Mechelen en Lyere in een linie, die van dat Oosten Noortwaerts verschilt bycans 47.graden, Gent 29.graden vanden Noorden Westwaerts, Middelburch op den selven streck 33.graden, Berghen daelt na dat Oosten toe vanden Noorden 9.graden. Ende al is dat men deze twee leste plaetsen van Brussel niet sien en mach, nochtans settense wy hier by voor een exempel. Ende ic en wil niet dat yemant meyne dat ick hier stellen wil, warachtighe linien der geleghtheden, maer stel dit hier alleen tot declaratien. Ende als ick by deser manieren de linien der ghelegghtheden ghevonden heb, soo sueck ick inder Caerten die ic begost hebbe de linie van Brussel, in welcke ic sette een punct so verre van Antwerpen verschillende alst my belieft, verre oft by, na dat ic de caert groot wil maken, ende ic maeck van desen puncte wederom eenen circule, den welcken ick deyle byden Meridiaen, verschillende vanden Meridiaen van Antwerpen overal even verre, als de linie Parallele plegen, ende ic deyl hem ooc in 360.gr. schryvende daer by de 4.hoeck der werelt, als voor gedaen is met Antwerpen. Ten lesten uutten centre die Brussel beteecken, treck ick de linie der ghelegghtheden vanden voorsz. plaetsen, treckende een linie deur den centre, ende den graden die ic gevonden hebbe, ende daer de linie van Loven gaet dweers deur de eerste linie die van Antwerpen getrocken was, daer is de plaetse van Loven. In dese manieren sult ghy vinden de puncten van allen plaetsen. Ende oft geschiede, gelijckt altemet gebeurt, dat eenige plaetsen tot beyden reysen comt inde middelt tusschen twee principale plaetsen oft die ghy eerst gemerckt hebt, so moet ghy derdewerf alsulcke plaetse over dweers oft van besyden van een ander plaetse aensien. Ende ten is niet van noode dat ghy alle de plaetsen van eenigen lantschappe, d'welc ghy beschryven wilt deurwandelt, dan alleen metten gesichte beschout. Ende als ghy nu de steden na hun distantien beschreven hebt, so sult ghy lichtelijc hebben de vloeyen ende oeveren vanden water, hoe verre dat de distantien van hunnen oorspronc ende val vanden steden verschillen, ende bergen ende bosschen mede.

Ende dese descriptie is seer licht, ende sekerder dan de ander maniere die by distantien te werc gaet, want die distantien bycans onseker sijn, om de kromheyt oft omloopen des wechs, ende der ongelijckheyt der mijlen, welcke manier wy nochtans corts hier na beschrijven ende bewysen sullen licht te sijn. Maer ist dat u nu belieft te weten onbekende distantie in een caerte na deser manieren beschreven (d'welc nochtans wonderlijc mach schijnen te wesen, om dat hier niet ghehouden en is eenige mate vanden verschille) so ondersuect de distantie van eeniger twee plaetsen, het sy dat ghy die bewandelt, oft by eender sekerder maniere die wy namaels bewysen zullen. Exempel hier van. Tusschen Antwerpen en Mechelen sijn

4.cleyn mijlen, daerom deyl ick dat spacium oft verschil tusschen Antwerpen en Mechelen inder Caerten by 4. Ende by deser divisien oft deylinghen moecht ghy meten alle plaetsen inder caerten beschreven.

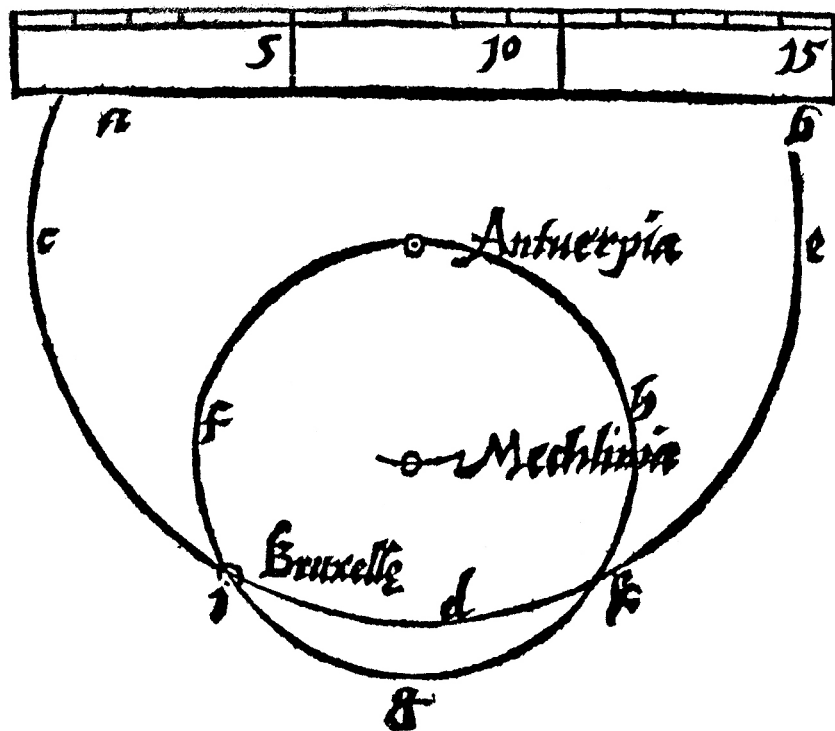
Hoemen een Caerte beworpen zal, alleen kennis hebbende vander distantien der plaetsen

Het tweede Capittel

Ghelijck als int voorgaende Capittel van noode gheweest is van elcker plaetsen te hebben twee linien der gheleghenthey, alsoo behoeft men hier te hebben de rechte distantien, hoe veel dat elcke plaetse verschilt van twee ander plaetsen. Als wy die nu hebben, zoo zullen wy lichtelijck moghen stellen die plaetsen inde Caerte. Inden eerste zullen wy maken een leere der Mijlen * nae ons belieft, te weten, dat wy divideren zullen een Linie die de lenghde hebbe vander Caerten die wy Beschrijven willen, in alzooveel Mijlen als d'Landtschap bycans heeft, d'welck wy Beschryven zullen. Daer nae laet de twee eerste Steden oft plaetsen stellen nae heur gheleghenthey zoo u belieft. Ten derden zalt u van noode wesen te bekennen dat verschil van eenigher plaetsen van den twee plaetsen ghesteldt inder Caerten. Want hebbende byden Passer uuter leeren dat verschil vander derde plaetse tottet plaetsen die te vooren ghestelt waren zoo stelt den voet vanden Passer in een bekende plaetse, ende beschrijft eenen donckeren Circule, ende inder selver manieren soo neemt de distantie metten passer vander ander plaetsen, ende Beschrijft daer mede vander ander plaetse oock eenen donckeren Circule. Ende dese twee Circulen oft sy deylen malcanderen, ende dat in twee Puncten, oft sy raken malcanderen in een Punct alleen. Daerom ist datse malcanderen alleen raecken, inde plaetse daerse malcanderen raken, sal de plaetse vande derde Steden zijn. Ende dit Punct sult ghy vinden, treckende een linie vanden eenen Centre totten anderen, want daer dese Linie die twee Circulen raeckt, daer is de rechte plaetse: oft is dat se malcanderen deylen, zo salt int een vanden twee Puncten sijn, d'welck voorwaer eenen yghelijcken sal licht wesen om te onderscheyden, te weten oft de stadt declineert oft strect naeder rechter handt oft der slinker hant. Neemt hier van een Exempel in dese naevolghende Tafel. Ick make inden eersten een leere van 15 Mijlen, de welcke is |A| |B| daer na sette ick eerst Antwerpen, ende want kennelijc is dat Mechelen van Antwerpen 4.mijlen verschilt, zoo recke ic den passer uut in de leere der mijlen na t'verschil van 4.mijlen, ende den eenen voet vanden passer gheset int punct van Antwerpen, zoo make ick metten anderen voet een teecken, dwelck Mechelen is. Ten lesten op dat ghy Brussel oock sout stellen, soo neemt heur distantie van Antwerpen, d'welck 7.mijlen sijn om de cromheyt des wechs, ende den eenen voet des passers op dat punct van Antwerpen gheset sijnde, zo beschrijft metten anderen voet eenen donckeren Circule, die zy |C| |D| |E|. Ende neemt gelijk vore 4.mijlen, want alzooveel verschilt Brussel van Mechelen. Ende van dat punct van Mechelen beschrijft eenen anderen circule die sy |F| |G| |H| ende hier

* Dit is een schaalstok

wort den cirkel tweemaal gedeelt, te weten |J| |K|. Maer om dat lichtelijcker blijkt dat Brussel van Antwerpen meer streckt nae Westen dan Mechelen, soo neme ick voor Brussel dat punct |J| ende alsoo sult ghy metten anderen plaetsen oock doen. Aenmerct daerom de lichtheyt van dese consten, waert saecke dat ons altijt de distantie te water ende te lande ghereet waer. Ende t'ghene dat by de voorghe-noemde manieren vanden eersten Capittel ter zee ende int gheberchte even seker is, dat en is hier gheensins seker, maer aenmerckt wel wat int navolghende Capittel gheleert wort.

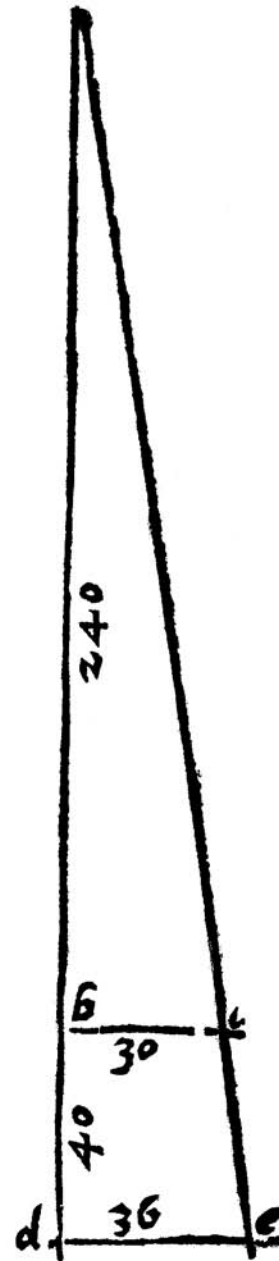


Om te vinden de distantie van eenigher plaetsen die ghy sien meucht, hoe verre datse oock verschilt.

Het 3. Capittel

Int voorgaende Capittel hebben wy geseyt hoe datmen de Caerte beschrijven sal by de distantie der plaetsen. Maer want geheel van noode is hier toe te hebben de kennisse vander rechter distantien, zoo duncket my nut te sijn tselve dat ick van deser consten heb, hier by te vueghen. Wildy nu na dat ghy eenigen torre gesien hebt, weten hoe verre dat hy van u verschilt, soo meucht ghy dat bycans doen sonder eenich instrument van Mathematica. Verkiest hier toe een groot breet velt, daer ghy in meucht gaen ende keeren herwaerts ende derwaerts, ende al en ist niet gheheel effen, dat en belet niet. Gaet eersten uut uwer plaetsen nae den toren toe een bekende seker spacie, te weten, van 100. oft 200. voeten, ende daer

ghesteldt hebbende een teecken recht op, dat men lichtelijck van verre sien mach, dan gaet van daer herwaerds oft derwaerds daert u believen zal, oock tot een seker distantie, van 50. oft 100.voeten, ende dat dweers nae den rechten hoeck vanden eersten puncte, ende stelt daer weder een teecken recht oppe. Dat ghedaen zijnde so gaet wederom tot het eerste teecken, ende gaedt van daer achterwaerds oock tot een seker distantie soo verre alst u belieft, in sulcker Manieren, dat daer ghy nu staende blijft, het eerste Teecken komt recht tusschen u ghesichte ende den Torre die ghy ghesien hadt: ende daer het derde Teecken ghesteldt hebbende, zoo keerdt van daer nae den rechten Hoeck ter syden, als vore, zoo langhe tot dat het tweede Teecken sy tusschen u ghesicht ende den Torre die ghy meten wilt. Nu ondersueckt het sy by voeten oft eenighe ander maten, die distantie des eersten Teeckens vanden tweeden, d'welck de eerste distantie gheheeten zal worden. Item, de distantie des derden Teeckens vanden tweeden, d'welck de tweede distantie sal wesen. Ten derden die distantie des derden Teecken vanden vierden, d'welck de derde distantie sal zijn. Nu treckt af de eerste distantie vander derder, het ghene datter over blijft, is uwen divisor. Daer nae Multipliceert de derde distantie metter tweeder, het product oft t'ghene datter afkomt, deylt dat byden divisor. Het ghene dat uut deser divisien komdt, sal u de rechte distantie wijzen vanden derden Teecken tottet Torre. Ende om de declaratie van desen te weten, soo aenmerckt dese Figure, daer |A| de torre is * diemen meten zal |B| dat eerste Teecken |C| dat tweede teecken verschillende recht ter syden van dat eerste Teecken dertich voeten |D| dat derde teecken verschillende inde rechte linie achterwaerts veertich voeten |E| dat vierde teecken ter syden wech gaende, ende inde rechte Linie vanden tweeden Teecken metten Tore verschillende vanden derde teecken sesendertich voeten. Ick trecke dertich van sesendertich daer blijft ses, daer nae Multiplicere ick 36. met 40. daer van komdt 1440. ende het product dividere ick by ses, ende daer komen af 240. voeten, d'welck die distantie is tusschen |D| ende den Torre |A|. Ende ist dat iemandt hier van begeert te hebben bewijs nae der consten van Mathematica, die comt by my, want ick hebse ghereet, hoe wel dat ickse hier niet en vueghe. Want dese plaetse en behoeft niet het bewijsen, maer het instrueren.

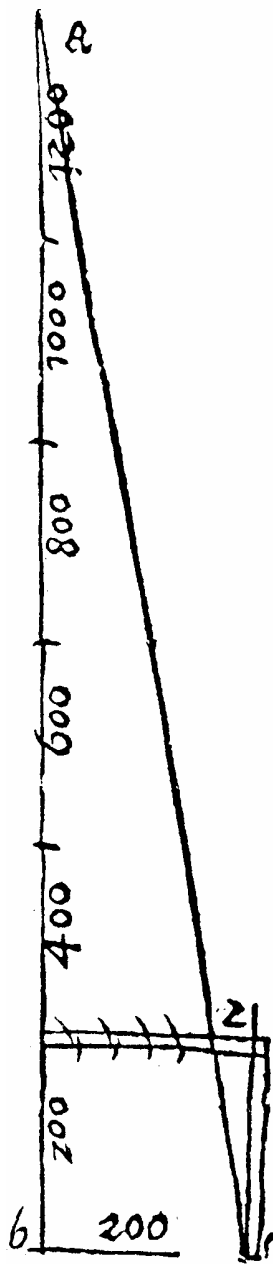


* Ontbreekt op de tekening!

Hoemen tselve byder leeren Scala Altimetra oft Geometrica geheeten, vinden sal.

Het 4.Capittel

Tot dese dingen sal seer van noode sijn een groot instrument, want onder alle de instrumenten van Mathematica sijn de meeste altijd de sekerste, ende om te gebruycken de bequaemste. Ende ten sal my van geen en noode sijn hier by te doen de descriptie oft bewijsinge vanden leeren oft Scala Geometrica, want sy gemeyn ende iegelijcke bekend is. Maer t'sal genoeg sijn dat ic voorgeseyt hebbe, dat het instrument moet wesen gemaect bycans gelijk de rugge vande Astrolabium met eenen wijser die draeyen mach, hebbende vander ander syde inde middelt vanden instrument een ijseren pine, met welcker dat op eenen stoc vast gemaect mach worden.



Als ghy nu meten wilt de distantie hoe lange datse ooc is van eenige plaetse die ghy gesien hebt, maect inden velde oft acker eenen stoc van 5. oft 6.voeten hooge. Ende stelt hier op metter pinnen het voorsz. instrument, ende als ghy den wijser geset hebt op de rechte diametrale linie vanden instrument, so draeyt dat selve instrument metten wijser so lange tot dat ghy deur de gaetkens meucht sien de plaetse die ghy meten wilt, ende als ghy dat instrument also vast gemaect hebt, so draeyt den wijser totter ander linien oft diameter, cruyswijs den eersten deursnijdende, want dat instrument moet met twee rechte diametrale deurgaende linien gedeylt sijn, ende dan gaet ter sijden vanden instrument derwaerts daer u den wijser wijst een merckelijcke distantie, dewelcke hoe datse voorder vanden instrument is, hoe dat de operatie oft hantwerck daer mede sekerder is. Ende stelt hier ander werf eenen stoc recht als vore, waer op dat ghy dat instrument eerst setten sult metter pinnen niet seer vast, ende dan den wijser geset hebbende op zijnen dweersen diameter oft cruys linie, so draeyt deze instrument (den wijser recht blijven staende) so lange tot dat ghy deur de gaetkens den eerste stoc seer recht meucht sien, ende dan maect dat instrument vast op den stock, daer na draeyt den wijser so langhe tot dat ghy deur de gaetkens sien meucht t'gene dat ghy meten wilt, ende aenmerckt dan neerstelijc de deelen van Scala Geometria die byden wijser afgedeylt worden, die in u memorie houdende oft in een tafelen schrijvende. Dit gedaen sijnde, ist dat ghy de distantie tusschen den twee stocken multiplicceert met den delen van Scala Geometrica, de welck bycans 12. sijn, ende dat product oft getal hier van comende byden deelen van Scala Geometrica metten

wijser afgedeylt sijnde, daarvan sal comen de waerachtige distantie der plaetsen. Neemt by exempel in dese navolgende figuere, Dat de plaetse diemen meten sal sy $|A|$ ende $|B|$ het teecken vanden eersten stock, van waer dat ick ter syden keere na eenen rechten hoeck tot $|C|$ daer den wijser afdeylt twee deelen van scala Geometrica. Ende de distantie tusschen $|B|$ ende $|C|$ is 200.voeten. Daerom multicipleere ick 200. met 12. ende daer van comen 2400. d'welck ick in twee deelen deyle, ende daer van comen 1200.voeten tusschen $|A|$ ende $|B|$ d'welck 240 schreden sijn, oft een stadie ende 115.schreden.

Hoe dat ghy, ghesien hebbende twee oft

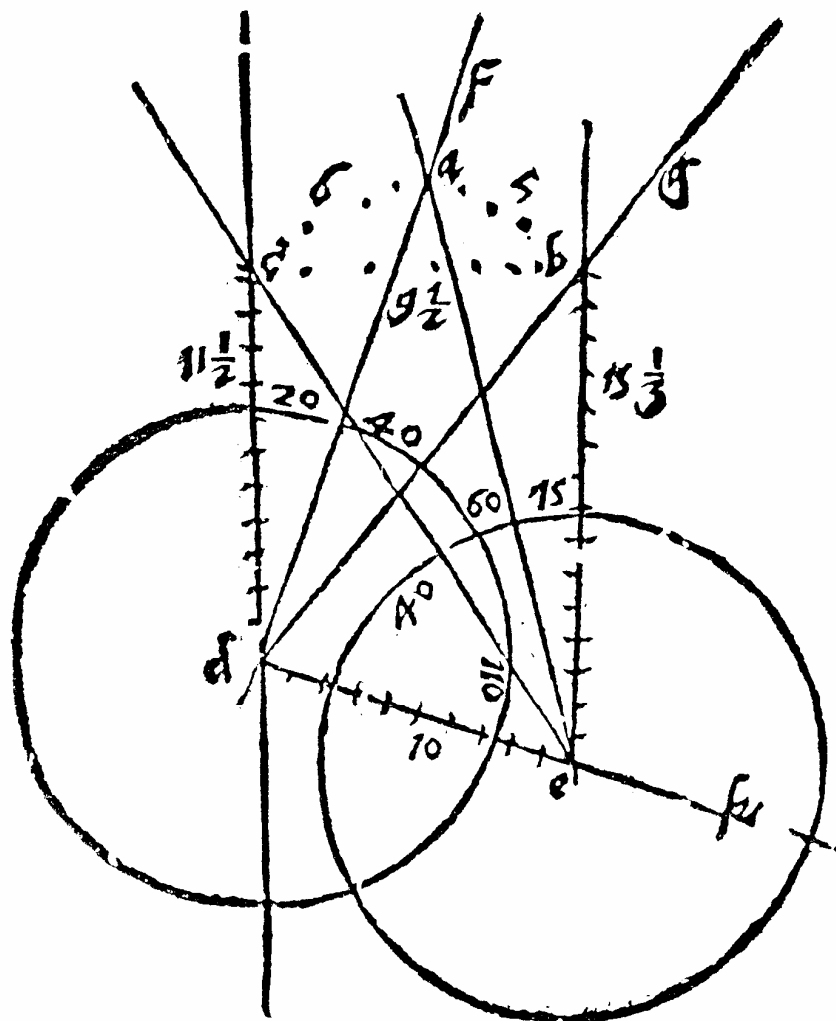
dry plaetsen, sult moghen vinden byden hoecken der ghelegentheyde de rechte distantie daer van, al ist dat ghy in geene van allen plaetsen present en sijt.

Ende by wat manieren eenich Lantschap souden moghen daer deur seer lichtelijck beschreven worden, sonder eenich Schippers Compas, oft aenmerckinghe vander Meridiaen linie.

Het v. Capittel.

Wy hebben int begintsel geseyt vanden hoecken der position oft gelegentheyden, te weten, hoe datmen by den selven de plaetsen beschryven mach. Nu zullen wy leeren hoe datmen byden selven uut tweemaal op een ander plaetse te staen, sal moghen ondersuecken de warachtighe distantie van dry oft 4. plaetsen. Neemt wederom het instrument dat int beginsel beschreven is, ende gaet met dien te velde als ghy meten wilt, en stelt dat daer also, dat den Dimetiens oft Meridiaen linie vanden instrumente aensie een vanden plaetsen die ghy meten wilt. Daer na keert den wijser tot allen den plaetsen die ghy meten wilt, maer laet dat instrument stil staen, ende merct den hoec der gelegentheyde van elcker plaetsen, dat is, teeckent den hoemenichsten graet dat den Index vanden instrumente wijse, als hy op alle plaetsen gestelt wort. Desgelijcx ooc den hoec der gelegentheyde vander plaetsen daer ghy ter tweede reysen staen wilt, ende beschryft die inder Caerten oft effen Tafel. Ende deylt den Circule int plane by 360.deelen oft graden, treckende uutten centre des cirkels by graden de hoecken der gelegentheyde. Als ghy nu geteeckent hebt de plaetse daer ghy eerst gestaen hebt, so gaet ter syden so verre alst u belieft, te weten 300.voeten, oft meer, inde rechte linie der gelegentheyde vanden hoecken die ghy gesien hebt. Ende stelt daer wederom u instrument, also dat den Dimetiens oft Meridiaen linie recht aensie de plaetse daer ghy eerst gestaen hebt, ende dan siet de hoecken der gelegentheyde vanden anderen plaetsen. Als ghy nu dese dingen hebt, so suect den hoec vander plaetsen daer ghy ter tweeder reysen stont vander plaetsen daer ghy eerst stont, ende treckt uutten centre des cirkels een linie deur de graden der gelegentheyde soo lanck alst u belieft. Ende stelt in dese linie den centre vander plaetsen daer ghy ter tweeder reysen ghestaen hebt vanden Centre vander eerster plaetsen, soo verre alst u belieft, ende maect daer uut eenen Circule. Daer nae deylt desen circule als voor in 360.deelen, u beginsel nemende vander linie der gelegentheyde, d'welc hier den Dimetiens oft Meridiaen linie is. Ten lesten trect de linien van den gelegentheden der plaetsen diemen meten sal, gelijc als ghy gevonden hebt byden instrumenten int plane, de welcke de eerste sullen dweers

deursnijden. Ende daer de gelijcke linie een gelijcke linie vander zelve plaetse deursnijt, daer sal wesen de gelegentheyt vander plaetsen daer de linie af is. Ende ick heete hier ghelijcke limien de linien van eender plaetsen, al sijne van verscheyden deelen getrocken. Nu siet hoe veel voeten oft schreden dat sijn tusschen de plaetse daer ghy eerst stont ende daer ghy ter tweeder reysen stont. Uut welker distantien oft verschil ghy sult also mogen vinden de distantien vanden andere plaet-



sen. Deylt nu de linie die comt uut den centre vanden eersten circule totten centre vanden tweeden Circule in so veel deelen als ghy wilt, ende mete by desen deelen de linien tusschen allen de gheteekende plaetsen. Daer na multipliceert alzulcken deelen als tusschen twee deursneden linien oft plaetsen sijn metter distantien vanden twee plaetsen daer ghy ten eersten ende ten tweeden gestaen hebt, het product oft t'gene dat daer af comt, deylt dat byden deelen die tusschen de twee centren sijn, ende daer van zal comen de waerachtighe distantie van zulcken twee plaetsen, ende metten anderen zult ghy oock also doen. Maer want dit wat duyster om te verstaen is, zoo zal ick u dat figuerwijs declareren. Laet $|A| |B| |C|$ dry plaetsen wesen, daer ick die distantie van malcanderen af meten wil, also dat my niet van noode en sy tot eenighen van desen plaetsen te gaen. Daerom stelle ic mijn instrument in de plaetse $|D|$ daer ick ben, also dat den wijser oft Meridiaen linie vanden instrumente streckt totter $|C|$ gheen gemerck nemende aenden Hemel oft de 4.hoecken der Werrelt. Daer na den wijser omdrayende, soo sie ick de hoecken vander gelegentheyte van $|A|$ ende $|B|$ t'samen na der $|E|$ toe, daer ic ter tweeder reysen staen sal. Ende tusschen $|C|$ ende $|A|$ sijn 20.g. ende tusschen $|C|$ ende $|B|$ 40. Ende van der linien $|C| |D|$ totter $|E|$ 110.g. Daerom beschryve ick in een effen tafel eenen circule, wiens centre is $|D|$ de linie Meridiaen $|C| |D|$. Desen circule deyle ick in 360.deelen (alsmen pleech). Ende daer na telle ick uut $|C| |D|$ 20.gra. deur welcke treck ick een linie $|D| |F|$ ende $|F|$ correspondeert der $|A|$ Ende ick telle uut $|C| |D|$ na de selve syde 40.g. voor de $|B|$ ende trec een linie $|D| |G|$. Daer na telle ick 110.gr. voor die plaetse daer ick ter tweede reysen gestaen heb, by den welcken ick beschryve de linie $|D| |K|$ In deser linien stelle ick eenen anderen centre verschillende vanden eersten centre so verre alst my belieft, welck dat is $|E|$ ende van daer beschryve ick eenen circule uuter $|E|$ den welcken ick deyle in 360.gra. beginnende vander linien $|D| |E| |K|$. Latende nu de plaetse gemerct daer ic eerst stont, so gae ic ter syden lanx der linien die ick eerst ghesien hadde 300 voeten verre, ende hier make ick anderwerf mijn instrument vaste, also dat de linie Meridiaen des instruments aensie het Teecken vander plaetsen daer ic eerst stont, te weten $|D|$. Daer na aensie ick $|C|$ de welke linieert vander middelster linien 40.graden, ende vander $|A|$ 60. ten lesten $|B|$ 75. Daeromme telle ick dese graden inden tweeden circule int plane beschreven uutten centre $|E|$ ende ick trecke deur die graden linien uuter $|E|$ die de eerste linien deursnijden. Daeromme salmen hier aenmercken welke linien dat sijn vander selver plaetsen, want daer sy malcanderen deursnijden daer is het punct van dier plaetsen. Nu deyle ick metten passer de linie $|D| |E|$ in 10 deelen, oft so veel alst my belieft, met den welcken dat ic mete de distantien tusschen elcke twee deylingen oft puncten der plaetsen, ende also veel als sy van desgelijcken deelkens houden, die multipliceer ick by 300. ende het product dat deyle ick wederom by 10. ende alsoo hebbe ick de waerachtighe distantie van alsulcke twee plaetsen. Ende want tusschen $|A|$ ende $|C|$ sijn 6. alsulcken deelen, so segge ick byder regulen van proportien 10. geven 300. hoe veel geven 6. maect 180. d'welck de rechte distantie is tusschen $|A| |C|$. Byder selver manieren suldy weten de distantie tusschen $d.c / d.a / d.b / a.b / e.b / e.c / e.a /$ ende e.g. *

Ende dese derde maniere om de lantschappen te beschryven is van allen anderen de lichste, want men hiertoe niet en behoeft noch Compas, noch Meridiaen linie noch

* e.g komt niet in de figuur voor, bij de genoemde afstanden ontbreekt echter b.c.

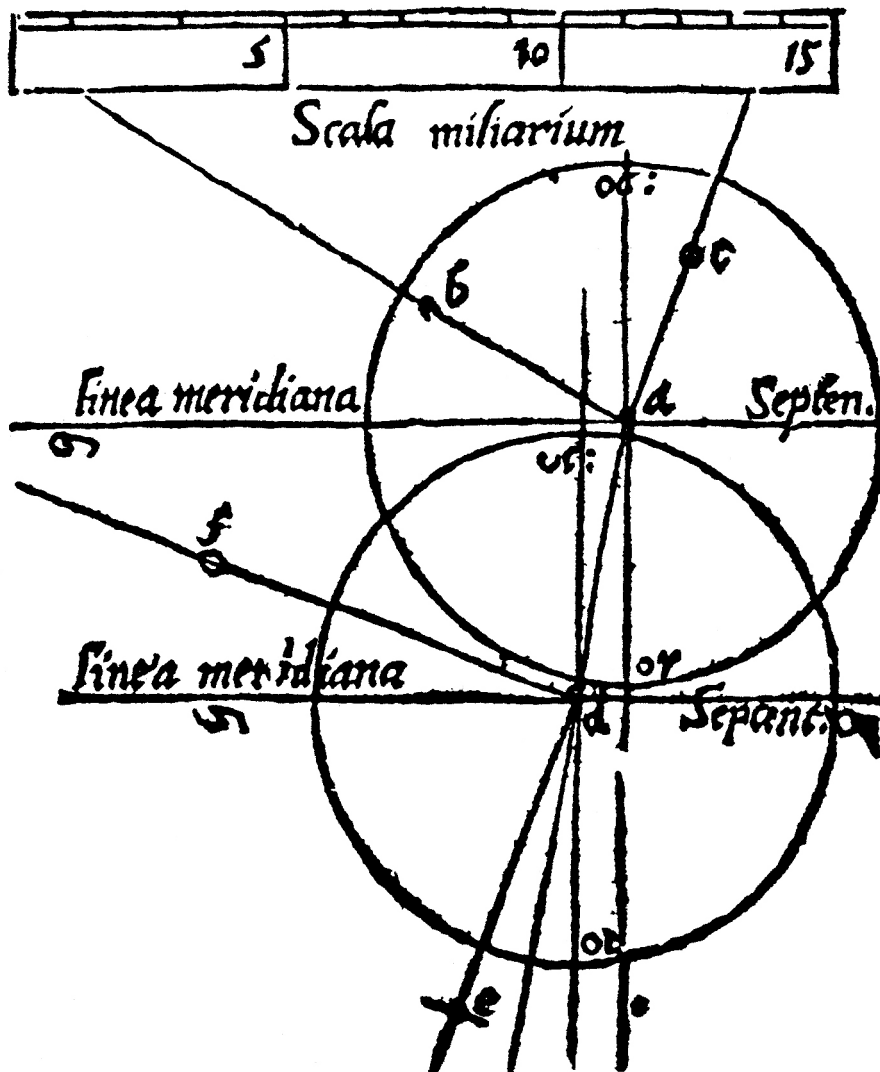
breede, lengde, oft verschil der lantschappen, dan alleen eene circule gedeylt in 360.deelen metten wijser. Ende is ooc so seker datmen daer deur niet en soude faelgeren, al woudemen beschrijven een lantschap van 50.60.oft 100.Duytsche mijlen groot. Maer men moet observeren ende onderhouden dat alle de plaetsen vanden lantschappen tweemaal int gesicht comen. Ende dat den Diameter des instruments altoos als ghy elwaerts vertrect, gestelt wort na de plaets die ghy te voren versocht ende geteekent had, oft daer ghy terstont begeert henen te trecken. Ende also meucht ghy (so verre alst u belieft) beschrijven alle steden, wegen, ende casteelen etc. Gelijc wy dat openbaerlyc voor oogen bewesen hebben inder voorgaender figuren.

De vierde maniere is byder distantien ende hoec der gheleghenthey.

Het vj. Capittel

De maniere is ooc geheel licht, anders dan datse behoeft de kennisse van twee dingen, de welcke deur de voorgaende leeringen bekent syn. So laet dan de eerste plaetse inder Caerten stellen naden eysch der selver, dat is, ist dat de plaetse inde middelt des lants is, so salse int midden vander caerten ghestelt worden: ist anders, so steltse na heur gelegenthey inder caerten. Daerom sult ghy uut dien centre beschryven eenen circule gedeylt in 360.g. der gelegenthey, dat gedaen zijnde so trect linien der gelegenthey van den omliggende plaetsen uutten centre, gelijck wy rechts hier te voren geleert hebben. Daerna beschrijft een leere der mijlen nader groothey der caerten ende lantschaps dat ghy beschryven wilt. Ende de distantie van elcker plaetsen sal uut deser leeren genomen worden, ende uwen passer metten eenen voet inden centre gestelt hebbende, maect metten anderen voete een punct inder linien der gelegenthey voor alsulcken plaetse. Dan gaet voorts tot een vanden plaetsen die ghy eerst beschreven hebt, ende neemt van daer wederom de hoecken der gelegenthey ende distantien vanden andere plaetsen. Ende den anderen circule inder caerten beschreven synde rondomme t'punct van deser plaetsen, soo beschryft de linie vanden Diameter van dier plaetsen, dat sy recht respondere int zuyden ende Noorden, also datse even verre verschillen vanden eerste Diameter, oft datse opde selve Meridiaen linie valle: daer na den Circule gedeylt zijnde als voor, so doet metten linien der gelegentheyden ende distantien vanden omliggenden plaetsen als wy voor geleert hebben. By Exempel sal ick u lichtelijc doen verstaent. De eerste plaetse sal |A| sijn, dier omliggen |B| |C| |D|. |B| declineert van het Zuyden naert Westen 30.graden |C| vant Westen naert Noorden 20.graden |D| vant Oosten naert zuyden 10.graden. Item |B| verschilt vander |A| 3.mijlen, |C| 4.ende |D| 5. Daerom beschrijve ick ontrent der |A| eenen circule, dien deyle ick in 360.graden, daer na trecke ic linien van |B| |C| ende |D| na de hoecken van hunder gheleghenthey vander |A|. D'welck ghedaen sijnde, soo neme ick uuter leeren der mijlen, de mijlen van yegelijcker plaetsen, ende make een punct in synder linien. Nu gae ick voorts tot |D| daer |E| ende |F| omligghen, ende |E| declineert vanden Oosten naert Westen 20.graden, ende |F| oock soo veel van t'Zuyden

int Westen. Item |E| verschilt zes mijlen, ende |F| seven mijlen vander |D| daeromme beschryve ic ontrent der |D| eenen anderen circule, wiens Diameter is |G| |H| ende ick trecke een linie even verre verschillende, oft gelijk de eerste |A| |H|. Den circule dan ghedeylt zijnde in 360. soo trecke ick linien der gelegentheynt van |E| ende |F|. Ten lesten neme ick de distantie uuter leeren der mijlen ende treckense op heur linien. Maer t'ghene dat ick gheseyt hebbe van opden Meridiaen te letten dat mach lichtelijck gheschieden uutten voorgaenden Capittel sonder acht te slaen opt Compas oft de middaech linie.



Hoemen de differentie oft verschil der lenghden bekennen zal uuter differentien der breedten ende rechter distantien.

Het vij. Capittel.

Om dat de breedte van eenighe plaetse oft de hoochde des Pools licht te vinden is, maer de lengde zeer zwaer: So heb ick willen ter liefden vanden ghenen die in de Cosmographien leerjonghers sijn, dese maniere hier achter na stellen. Ghy sult trecken de breedte van eenighe plaetse uuter breedten vander ander plaetsen, die minste van de meeste, soo blijft u daer over het verschil der breedten, multipliceert met 15. duytsche mijlen, ende voort met 4000. schreden. Desghelijcx sult ghy doen met de rechte distantie der selver plaetsen, rekenende voor elcke ghemeyne duytsche mijle 4000. schreden. Dese distantie dan also tot schreden ghebracht, multipliceert in heur selven quadraet, des ghelijcx doet metten schreden die ghecomen sijn van t'verschil der breedten. Daer na treckt dit quadraet van dat eerste der distantien: dat daer blijft, daer van sueckt den wortel quadraet, oft radix quadrata, so sult ghy vinden die schreden die dat verschil der lengden uytbrengen moghen: die brengt tot mijlen: dese mijlen deuideert deur de mylen van eenen graet der lengden na de middel breedte, so sult ghy vinden dat verschil, oft de differentie der lengden. Ende hoe veel mijlen datmen voor eenen graet der lengden sal nemen inde middel breedte, dat vint ghy int 13. Capittel des eersten boecx van Petrus Apianus, int tweede exempel, daer hy van twee plaetsen leert die inder lengden verschillen.

By Exempel.

Loven heeft inder breedten 50. graden 58. minuten Gent in Vlaenderen heeft inder breedten 51. graden 24. minu. Het verschil is 26. min. die multiplicere ick met 15. mijlen soo comender 390 minuten der mijlen. Ende om dat het werck te sekerder sy, ende geen dolinge in en come, so brenge ick alle dat andere oock tot mi. Te weten die rechte distantie, d'welc in 14. mijlen, die maken 840. min. Daer na multiplicere ick dese distantie in heur selven quadraet, so comter 705600. Desghelijcx oock die mijlen des verschils vander breedten, oft die minu. daer af, te weten, 390. multiplicere ick met 390. comt 152100. Dit tweede quadraet treck ick vant eerste, blijft over 553500. d'welck is het quadraet van t'verschil der lengden. Hier af soecke ick dan den viercanten wortel, oft radix quadrata, ghelijckmen in Arithmetica leert, so vind ick 744. min. der mijlen, de welck is dat onderscheyt der lengden in min. Om daer gra. af te maken, so soeck ick hoe veel mijlen dattet maect eenen graet der lengden inde middel breedte ghelijck gheleert wort in dat 13. Capit. Apiani voorschreven, uuter Tafelen die daer ghestelt is, vind ick 9. mijlen ende 24. minuten, oft (om dattet al ghelijck sijn minuten) zoo zijnt 546. minuten *. Nu divideer ick 744. met 564. zoo comter eenen graedt, ende daer blijven over 108. die multipliceer ick met 60. comt 10800. dese deyle ick weder met 564. soo comen daer ten lesten 20. minuten bycans. In somma segghe ick, dat het verschil der lengden tusschen Loven

* Dit getal is fout. Het moet sijn $9 \times 60 + 24 = 564$
Op de volgende regel is 108 fout, dit moet 180 sijn.

ende Gent is eenen graedt ende ontrent 20. minuten. Maer ick sie hier van noode te sijn die regulen vander divisien Physicale, ghelijck hier volghen.

Eerst dat ick deyle geheelen by geheelen, daer comen gheheelen.
 Gheheele by minuten, daer comt een ghetal wiens elck een doet 60. gheheelen, daeromme multipliceert dat ghetal by 60. ende daer comen gheheelen af.
 Minuten by minuten, daer comen gheheelen.
 Minuten by gheheelen, daer comen minuten.
 Minuten by secunden, daer comt af een ghetal, d'welck by 60. multipliceert, ende t'sullen gheheelen sijn.
 Secunden by gheheelen, daer comen secunden.
 Secunden by minuten, daer komen minuten.
 Secunden by secunden, daer comen gheheelen.
 Ende in ghelijcker manieren zalmen met allen den anderen minuten doen.

Maer yemant mocht segghen, waer toe dient de kennisse vander differentien der lenghden? Dese wetende, soo sult ghy weten de lenghde van eenigher plaetsen die u onbekent was, soo verre als u de lenghde vander ander plaetsen bekent is. Want ist sake dat ghy dese differentie doet tot eeniger bekender lengden, oft dat ghyse daer afdoet, daer sal af comen de warachtighe lengde die te voren u onbekent was. Daerom segghe ick, dat ghy daer toe doet oft afdoet, want ist sake dat de plaetse, wiens lengde dat onbekent is, sy westelijcker dan de andere, so salmen de differentien aftrecken vander bekender lengden: ende is sy oostelijcker, soo salmen daer toe doen, ende alsoo sult ghy hebben de ghesochte lengde. Men soude hier vele moghen bringhen uut die tafelen van Sinus, maer dat hebbe ick allwillens achterghelaten, om dat te groot ende te hooghe is voor den ghemeynen man.

Dit is tgene dat my bequaem heeft duncken wesen om by den boec der Cosmographien van Petro Apiano te doene, want een materie is, ende mijnen boec sonder den zijnen, ende den zijnen sonder den mijnen soude schijnen niet perfect te sijne. Maer ic wille dat ghy hier af geadmoneert sult wesen, dat tgene dat wy hier geseyt hebben vanden Carten int plane te beschrijven, dat alsoo verre alst men tot eender minuten toe soude examineren, imperfect is. Want men nimmermeer int plane eenige descriptie van lantschappen en soude connen gemaken die over al perfect soude wesen, al waert dat Ptolomeus selve wederomme quame, oft de lengde der lantschappen soude achter blijven, oft die distantie en soude niet wel gehouden sijn, oft die gelegentheyt soude vergeten worden, oft eenige twee van desen. Ende die reden is dese, dat tgene dat speerswijs is, niet en accordeert metten effenen, ghelijck tperfect metten imperfecte. Maer want in een provincie van 50. oft 100. Mijlen dit erreur van geender waerden en is, soo en is niet zeer te achten. Maer ist dat sake dat iemant geheel Europeen by deser manieren beschryven wille, dat sal hy alder gemakelijcx ende warachtich doen in een dinck dat speerswijs is, maer want dat niet heel gemeyn en is, so wil ick dat laten blijven.

Deynde der Descriptien der Lantschappen

Nabeschuwing over de tekst met bijzondere aandacht voor de beschreven methoden en het instrumentarium

Zoals in die tijd gebruikelijk was, begon Gemma Frisius zijn "*boecxken*" met een opdracht. In dit geval was dat aan "*Den grootgheachten Heere ende koopman, Heeren Thomasyne Bombelli*", kennelijk een patroon en beschermer van Frisius. Deze Bombelli is ondertussen in de vergetelheid geraakt maar Gemma Frisius is mede door het schrijven van dit boekje internationaal bekend geworden.

Voor wie was dit geschrift nu bedoeld? Zoals Frisius zelf schrijft, was deze tekst in de eerste plaats bestemd voor geografen. Dit is niet verwonderlijk want het boekje was een toevoegsel aan de Cosmografie van Apianus en de inhoud daarvan was vooral voor geografen en kartografen belangrijk, want die hielden zich bezig met het karteren van grote gebieden en de daarvoor noodzakelijke metingen.

In de tijd dat Frisius dit boekje schreef was een landmeter nog geen kaartenmaker. De 'gezworen' landmeter was in dienst van de landsheer of een overheidsorgaan zoals een waterschap of rekenkamer. Zijn voornaamste taak was het meten van onroerend goed ten behoeve van belastingheffing, pacht, koop, verkoop e.d. Heel belangrijk was hierbij de bepaling van de oppervlakte van de betreffende percelen, daar waren zijn metingen op afgestemd. De meetgegevens, soms voorzien van eenvoudige schetsjes, werden vastgelegd in een 'landmetersboek' en de berekende oppervlakten kwamen daarna met de namen van eigenaars, pachters enz. in een register. Kaarten werden hiervoor nog niet gevraagd dus ook niet gemaakt. Een andere taak was het vastleggen van perceelsgrenzen. Dit gebeurde door het plaatsen van merktekens, zoals eikenhouten palen of stenen en het graven van (grens)greppels. Zo'n grens werd dan beschreven in een protocol, dit was als het ware een routebeschrijving in het terrein. Ook hier kwam geen kaart aan te pas. Kaarten, zeker van grote gebieden, werden in die tijd nog niet door de gewone gezworen landmeters gemaakt. Dát was het werk van geografen en kartografen.

De methode van de voorwaartse snijding

Het boekje van Gemma Frisius is daarom zo belangrijk omdat hier voor het eerst een van de grondbeginselen van de driehoeksmeting wordt beschreven, namelijk de voorwaartse snijding ⁽¹⁰⁾.

Direct in het eerste hoofdstuk komt deze methode ter sprake maar eerst wordt een definitie gegeven van "*de hoek der positien oft gheleghenthey*", dat is de hoek in het horizontale vlak tussen de plaatselijke noord-zuidlijn of meridiaan en de richting naar een of andere plaats. Met andere woorden: het is de hoek die deze richting maakt met het geografische noorden en die nu in de landmeetkunde azimut wordt genoemd.

Daarna wordt de methode beschreven waarbij vanuit twee bekende plaatsen (hier Antwerpen en Brussel) ten opzichte van het noorden georiënteerde richtingen worden gemeten naar een aantal andere plaatsen. Vervolgens worden deze gemeten richtingen getekend. De snijpunten van die richtingen geven dan die plaatsen op de kaart aan. Zo ontstond een netwerk van plaatsen dat in vorm overeenkomt met de werkelijkheid. Niet bekend zijn echter de afstanden. Frisius schrijft hierover dat **als** één afstand bekend is dat dan ook de andere afstanden bekend zijn. Als voorbeeld gebruikt hij de afstand Antwerpen - Mechelen, zijnde "4 cleyen mijlen". Frisius laat eigenlijk in het midden hoe men aan zo'n afstand kan komen. Hij schrijft weliswaar: "*ondersoect de distantie, het sy dat ghy die bewandelt, oft by een der sekerder manieren die wy namaels bewijzen sullen*". Dat zelf 'bewandelen' is niet zo'n goed advies en de afstandsbepalingen waar hij naar verwijst, en die in het derde en vierde hoofdstuk ter sprake komen, zijn eigenlijk alleen geschikt voor korte afstanden en niet om grote afstanden ('in mijlen') nauwkeurig te bepalen. Merkwaardig is dat hij niet uitging van de afstand tussen Antwerpen en Brussel maar van de afstand Antwerpen - Mechelen. Het nadeel van zijn voorbeeld is dat men eerst de figuur moet tekenen, dan pas op de kaart ziet hoe groot de afstand is tussen Antwerpen en Mechelen en daarna pas de kaart op zekere schaal kan tekenen.

Verder is het opmerkelijk dat vanuit Antwerpen wel de kompasrichting naar Brussel wordt gemeten maar **niet** de richting vanuit Brussel naar Antwerpen. Strikt genomen is dat ook niet nodig maar in onze tijd zou dit wél gebeuren omdat daardoor een controle op de gemeten richtingen ontstaat. Die twee moeten namelijk 180 graden verschillen. Een fout of verschil door een lokale magnetische afwijking wordt daardoor direct geconstateerd.

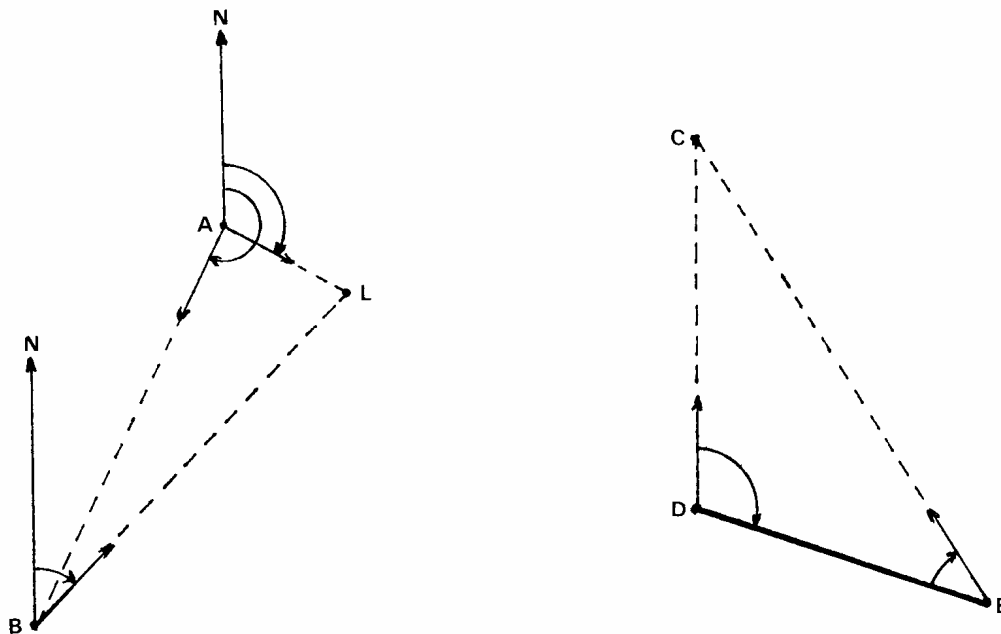
De tekening van het door Frisius voorgestelde driehoeksnet (pag. 15) heeft internationale bekendheid gekregen. Bij sommige binnen- en buitenlandse schrijvers kan men zelfs lezen dat dit net door hem zelf was gemeten ten behoeve van een kaart van Vlaanderen. **Niets is minder waar**. De terreingesteldheid en de aardkromming maken het onmogelijk om vanuit Brussel Middelburg en Bergen op Zoom te zien. De schrijver zelf wijst daar ook met nadruk op. In het eerste hoofdstuk schrijft hij bij het richten vanuit Brussel op die plaatsen (pag. 16, 11e regel van boven): "*Ende al ist dat men dese twee leste plaetsen van Brussel niet sien en mach, nochtans settense wy hier by voor een exempel. Ende ic en wil niet dat yemant meyne dat ick hier stellen wil, warachtighe linien der geleghetheden, maer stel dit hier alleen tot declaratien*" (vette aanduiding door H.C. Pouls). Dit laat aan duidelijkheid niets te wensen over!

Het is deze methode uit het eerste hoofdstuk die, met de tekening, de meeste bekendheid heeft gekregen, toch is eigenlijk het vijfde hoofdstuk (pag. 22) nog belangrijker. Zoals beschreven gebruikte Frisius kompasrichtingen, met andere woorden, hoeken ten opzichte van de plaatselijke noord-zuidlijn of meridiaan (verderop in de tekst wordt ingegaan op het verschil tussen het ware noorden en het magnetische noorden). De nauwkeurigheid van een kompas was in die tijd nog vrij beperkt, een graad haalde men nauwelijks. In het vijfde hoofdstuk gaat het in principe om dezelfde methode maar nu "*sonder eenich Schippers Compas, oft aenmerckinghe vander Meridiaen linie*".

In de beschrijving wordt begonnen in het punt D (zie de figuur op pag. 21). Het nulpunt van de horizontale rand van het instrument wordt gericht op een der op te meten punten, in dit geval C. Daarna worden de andere punten ingemeten en

de volgende standplaats (E). In E wordt het nulpunt gericht op het punt D en daarna worden de andere punten gemeten. Belangrijk is verder dat nu de afstand tussen de twee standplaatsen direct wordt bepaald "te weten 300. voeten, oft meer, inde rechte linie".

We zien dus dat hier vanuit een in afstand bekende basis D - E andere onbekende punten worden ingemeten met **hoeken ten opzicht van deze basis**. Dit is de methode van de voorwaartse snijding zoals die sedertdien altijd in de landmeetkunde is toegepast. Men kon en kan een heel gebied opmeten zonder de onzekerheid van het gebruik van kompasrichtingen. Op een kaart kon altijd nog een noordpijl worden toegevoegd. Een kritische lezer zal natuurlijk opmerken dat een basis van 300 voeten niet erg lang is maar, zoals ook elders in de tekst, is hier sprake van een voorbeeldgetal zonder dat Frisius zich druk maakte over de werkelijke grootte.



Afbeelding 5.

In afbeelding 5 is het verschil te zien tussen de twee beschreven methoden. In beide gevallen is er sprake van een voorwaartse (in)snijding, maar de tweede manier (rechts) is eenvoudiger in uitvoering en zekerder.

Trilateratie

In het tweede hoofdstuk (pag. 17) wordt de trilateratie behandeld, dat is een driehoeksmeting waarbij alleen zijdelengten worden gebruikt en geen hoeken. Immers een driehoek is door de drie zijdelengten volkomen bepaald.

De oplossing van Frisius is de gebruikelijke, namelijk vanuit twee punten cirkels trekken met als straal de afstand naar het derde punt. In het voorbeeld worden vanuit Antwerpen en Mechelen cirkels getrokken met als straal de afstanden naar Brussel. De schrijver wijst erop dat, tenzij de twee cirkels elkaar raken, er altijd twee snijpunten zullen zijn (hier J en K) en dat bekendheid met de situatie in het terrein aangeeft welk punt gekozen moet worden. Hij schrijft: "*Maer om dat lichtlijcker blijkt dat Brussel van Antwerpen meer streckt nae het Westen dan Mechelen, soo neme ick voor Brussel dat punct |J| ...*".

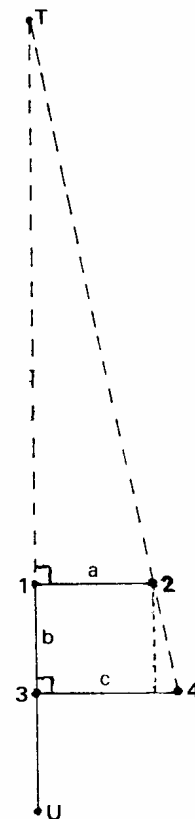
In de 16e eeuw was deze methode eigenlijk niet geschikt voor het karteren van grote gebieden omdat het niet mogelijk was nauwkeurig lange afstanden te bepalen. Er waren wel reisafstanden bekend maar die waren vanwege "*de cromhydt des wechs*" niet erg nauwkeurig. Men kon ook afstanden berekenen uit de geografische coördinaten maar in dat geval zou men die coördinaten gebruiken voor de kartering. Alleen bij kleine gebieden was deze methode te gebruiken omdat men dan afstanden kon bepalen volgens de methoden die Frisius in de twee volgende hoofdstukken zou aangeven.

Eerst in onze huidige tijd, met de opkomst sedert 1955 van de elektronische afstandsmeting, is het mogelijk geworden om gemakkelijk, snel en nauwkeurig zeer grote afstanden te meten en wordt de trilateratie veelvuldig toegepast.

Indirecte afstandsmeting

In het derde en vierde hoofdstuk bespreekt Frisius het bepalen van de afstand van een standplaats naar een verder gelegen punt, zonder dat men dat punt bezoekt. In het derde hoofdstuk gebeurt dit zonder en in het vierde met een meetinstrument.

De beschrijving in het derde hoofdstuk is enigszins verwarrend. Begonnen wordt op een groot open veld bij een punt vanwaar men het ver gelegen object (de "*torre*") kan zien (zie afbeelding 6 punt U). Vervolgens loopt men 100 of 200 voeten in de richting van de toren en daar plaatst men een stok ("*teecken*"). Daarna gaat men in loodrechte zin 50 of 100 voeten zijwaarts en hier wordt een tweede stok geplaatst. Dan gaat men terug naar de eerst geplaatste stok en daarna achterwaarts, zover als men zelf wil gaan, ervoor zorgend dat de eerste stok en de toren in één lijn blijven; daar wordt een derde stok geplaatst. Ook hier gaat men weer onder een rechte hoek zijwaarts tot men de tweede stok en de toren op een lijn ziet en aldaar wordt een vierde stok geplaatst. Opmerkelijk is dat niet teruggegaan wordt naar het beginpunt en er verder niets gedaan wordt met de genoemde afstand van 100 of 200 voeten. Nu moeten volgens Frisius de afstanden gemeten worden tussen de eerste en tweede stok (a), de tweede en derde stok en de derde en vierde stok (c). Het is duidelijk dat hier in de tekst een fout staat. Niet de afstand tussen de tweede en derde stok maar tussen de eerste en derde (b) moet bepaald worden⁽¹¹⁾. De afstand x van stok 3 tot de toren wordt dan gevonden uit de verhouding $(c - a) : c = b : x$. Na de beschrijving



Afbeelding 6.

volgt een rekenvoorbeeld met de getallen 30 (voor a), 40 (b) en 36 (c). Gemma Frisius geeft om die afstand te bepalen de berekening $c \times b : (c - a)$ zonder een toelichting want "*dese plaetse en behoeft niet het bewijsen, maer het instrueren*". Wil men een bewijs dan moet men maar bij hem langs komen: "*die come by my*"!

Bekijkt men de tekening van Gemma Frisius (pag. 19) dan moet men zich realiseren dat het getal 240 slaat op de afstand vanuit D en niet vanuit B, wat door de tekening gesuggereerd wordt.

In het volgende hoofdstuk wordt de afstand bepaald met behulp van een instrument: "*de Scala Altimetra oft Geometrica*". Het is een vierkant instrument dat in het uitgangspunt horizontaal wordt opgesteld met één rechthoekszijde gericht op de toren. Dan wordt zijdelings langs een andere zijde gericht op een volgende standplaats. Daar aangekomen, richt met op de eerste standplaats en met behulp van een vizierliniaal wordt gericht op de toren en een verhoudingsgetal gevonden waarmee de afstand berekend kan worden. In het voorbeeld is de zijdelingse verplaatsing 200 voeten en het verhoudingsgetal $2/12$ waaruit een afstand van 1200 voeten volgt. Het voordeel van deze manier met instrument is dat dit aanmerkelijk minder terreinwerk met zich meebrengt en daardoor ook sneller is. Dit instrument zal verderop in de tekst uitgebreider besproken worden.

Richting en afstand

Het zesde hoofdstuk gaat over een vierde methode van karteren. De andere drie waren het van ouds bekende gebruik van geografische coördinaten, de door Frisius besproken voorwaartse snijding en de trilateratie. De vierde is de "*maniere byder distantien ende den hoec der gheleghenthey*" of, in hedendaagse terminologie, de methode van richting en afstand.

De beschrijving is eenvoudig en gemakkelijk te volgen. Vanuit een standplaats worden t.o.v. het noorden georiënteerde richtingen gemeten naar andere plaatsen. Kent men nu de afstanden naar die plaatsen dan kan men deze op schaal tekenen. Vervolgens gebeurt hetzelfde vanuit een der reeds ingemeten plaatsen, enz. In het voorbeeld dat Frisius geeft worden vanuit A richtingen en afstanden gemeten en getekend naar B, C en D. En daarna vanuit D de punten E en F. Bij de tekeninstructie wijst hij erop dat de meridiaanlijnen van de standplaatsen evenwijdig getekend moeten worden. Het zwakke punt is ook hier, evenals bij de trilateratie, de afstandsbeoordeling. Bij kleine gebieden kon dit met de hiervoor beschreven indirecte afstandsmeting, bij uitgestrekte gebieden zoals provincies en 'landtschappen' konden ervarings- of reisafstanden gebruikt worden, maar dan blijft de onzekerheid over de nauwkeurigheid bestaan.

Het principe van deze methode was reeds in 1528 door de Duitse geleerde Sebastian Münster (1488-1552) beschreven, alleen gebruikte deze het bij de veelhoekmeting. Hierbij werd vanaf een eerste punt A richting en afstand gemeten naar een tweede punt B, dan van B naar C, van C naar D enz. ⁽¹²⁾. Frisius doet echter een rondmeting met richting en afstand.

De veelhoekmeting en de rondmeting met richting en afstand werden later vaak door landmeters gebruikt bij grootschalig meetwerk.

Berekening van het geografisch lengteverschil uit het breedteverschil en de afstand

Gingen de hoofdstukken 1 t/m 6 voornamelijk over meten en karteren, het zevende hoofdstuk wijkt hier sterk van af. Het is meer dan de andere hoofdstukken een directe aanvulling op de Cosmografie van Apianus. Bij Apianus werd besproken hoe men de lengte en breedte kon meten en uit de lengte- en breedtegraadverschillen de afstanden berekenen. Frisius haakt daarop in. Hij schrijft dat de breedte goed te bepalen is uit de poolshoogte "*maer de lengde zeer zwaer*". Daarom geeft hij ten behoeve van degenen "*die in der Cosmographien leerjonghers sijn*" een manier om het lengteverschil te berekenen uit het breedteverschil en de afstand. Hierbij wordt de 'middel'breedte gebruikt, zie ook pag. 8. De beschrijving die gegeven wordt is niet moeilijk om te begrijpen, daarbij is echter wel kennis nodig van het 13e hoofdstuk van het eerste boek van Apianus. We zullen daarom hier verder geen aandacht aan besteden. Geïnteresseerde lezers moeten aan de hand van het voorbeeld van Frisius de berekening kunnen volgen.

Moeilijker in dit hoofdstuk is de wijze waarop de schrijver bespreekt hoe men moet rekenen met "*gheheelen, minuten ende secunden*". De lezer kan hier zijn intelligentie testen!

Vervolgens schrijft hij dat zijn geschrift en dat van Apianus een geheel zijn want "*mijnen boec sonder den zijnen, ende den zijnen sonder den mijnen souden schijnen niet perfect te sijne*".

Gemma Frisius eindigt dit zevende en laatste hoofdstuk met de opmerking dat het onmogelijk is een kaart van 'lantschappen' te maken die overal perfect is, zelfs als "*Ptolomeus selve wederomme quame*", omdat iets wat bolvormig is niet zonder fouten in een plat vlak weergegeven kan worden. Maar die fout is bij een provincie van 50 of 100 mijl te verwaarlozen en dat is dan "*Deynde der Descriptionen der Lantschappen*".

De instrumenten

Als astronoom was Gemma Frisius vertrouwd met de astronomische instrumenten van zijn tijd. Voor terrestrische metingen waren toen nog geen aparte instrumenten ontwikkeld met uitzondering van het kompas. Het instrumentarium van de landmeter omstreeks 1530-1540 was zeer eenvoudig: een meetkruis of winkelkruis voor het uitzetten van rechte hoeken en een meetkoord of meetketting voor de lengtemeting. Deze meetketting begon na 1530 juist in gebruik te komen en zou, op een enkele uitzondering na, in korte tijd het meetkoord doen verdwijnen. Of de landmeter toen al een kompas gebruikte is niet met zekerheid te zeggen.

Frisius besteedt weinig aandacht aan de beschrijving van de door hem geadviseerde instrumenten. Hij neemt aan dat men het astrolabium, het schipperskompas en de scala geometrica kent. Alleen in hoofdstuk 1 wordt een nieuw instrument beschreven, maar die beschrijving is tamelijk oppervlakkig.

Wat verder opvalt is dat nergens gesproken wordt over het meten van afstanden met een meetkoord of meetketting. Ook dit bewijst dat hij eigenlijk alleen dacht

aan het opmeten van grote gebieden en hij wist dat grote afstanden tussen plaatsen niet met een meetkoord gemeten konden worden.

Het "Instrumentum Planimetrum" of volle cirkel

Het door Frisius in het eerste hoofdstuk beschreven instrument wordt in de Latijnse uitgave "*Instrumentum Planimetrum*" genoemd maar in de Nederlandse tekst wordt aan dit instrument geen naam gegeven. Hij schrijft hierover dat de lezer een platte plaat moet nemen, daar een cirkel op aanbrengen en die verdelen in vier maal 90 graden. Verder moest in het midden een draaibare vizierliniaal aangebracht worden op dezelfde wijze als bij de achterkant van een astrolabium. Tenslotte kon het instrument horizontaal op een stok geplaatst worden. Het is duidelijk dat Frisius hier niet letterlijk genomen moet worden. Weinig lezers zullen in staat zijn een cirkel nauwkeurig in 360 graden te verdelen. Men zal voor zo'n instrument toch een beroep moeten doen op een instrumentmaker. Minder duidelijk is hoe de becijfering van de cirkelrand was aangebracht. Logisch zou zijn om bij het noorden te beginnen met 0, dan oplopend tot 90 bij oost en west en dan weer aflopend tot 0 bij het zuiden. Het is deze manier van becijfering die bij de oudste hoekmeetinstrumenten voorkomt. Toch klopt dit niet met de getallen die Frisius geeft bij zijn voorbeeld in het eerste hoofdstuk. De waarden lopen hier van noord naar oost of west, van zuid naar oost en west, maar ook van west naar noord en van oost naar noord en zuid (zie pag.14). Een voorbeeld: Gent is gezien vanuit Antwerpen 80 graden van het noorden westwaarts, maar Middelburg is van het westen 30 graden noordwaarts en niet 60 graden van het noorden westwaarts, wat men zou verwachten. Het zou kunnen zijn dat er twee tegengesteld draaiende becijferingen waren aangebracht, maar dat lijkt niet erg waarschijnlijk. Vermoedelijk heeft onze geleerde in zijn werk-kamer hoekwaarden opgeschreven zonder daarbij aan de actuele verdeling op een instrument te denken.

Het astrolabium waarnaar Frisius verwijst was een ingenieus astronomisch meet- en rekeninstrument. De voorkant werd gebruikt voor sterrenkundige berekeningen, op de achterkant kwamen diverse lijnverdelingen voor en ook een gradenverdeling. Deze laatste werd gebruikt voor de hoogtemeting en daarom was aan de achterkant een draaibare vizierliniaal aangebracht.

Het instrument kon aan een ring vastgehouden worden, waarna men verticale hoeken kon meten. Aangezien zo'n hoek altijd beperkt bleef van 0 (horizon) tot 90 (zenit) liep de verdeling vrij vaak over twee kwadranten van 0 naar 90 en dan weer terug naar 0⁽¹³⁾.

Het schipperskompas

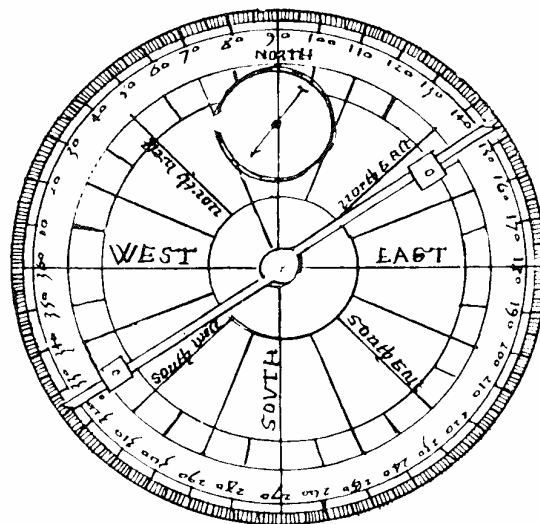
Naast het hierboven beschreven instrument had men een schipperskompas nodig. Bekendheid hiermede werd kennelijk verondersteld want het werd verder niet beschreven. Toch zijn er enige belangrijke aanwijzingen. In het eerste hoofdstuk staat dat het kruis van het kompas overeen moet komen met het kruis van het meetinstrument en dat men dan beide moet draaien tot de magneetnaald staat boven de **geschilderde wijzer**. Dit laatste is een belangrijke aanwijzing. Men was in die tijd bekend met het feit dat het magnetische noorden afweek van

het geografische noorden. Met behulp van de zon of de poolster kon men in het terrein het geografische noorden vinden en het verschil met het magnetische noorden bepalen. Dit verschil wordt in de landmeetkunde declinatie genoemd⁽¹⁴⁾. Een van de methoden om rekening te houden met die declinatie was om op de bodem van de kompasdoos een teken aan te brengen waarboven de kompasnaald ingespeeld moest worden. In dat geval wijst het noorden van de kompasrand naar het geografische noorden. De aanwijzing van Frisius wijst er op dat dit ook hier het geval is en dat de richtingen dus werden gemeten t.o.v. het geografische noorden.

Instrumentele ontwikkelingen

Uit de beschrijving in het eerste hoofdstuk blijkt dat voorgesteld wordt een cirkelvormig meetinstrument te gebruiken (volle cirkel) en een los schipperskompas. Dit laatste wordt nog eens benadrukt wanneer er na de beschrijving van het oriënteren geschreven staat "So nempt dat *Compas wech*" (bovenaan pag. 14).

De bewering in sommige publicaties dat Frisius een instrument ontworpen heeft met een ingebouwd kompas is dus pertinent onjuist⁽¹⁵⁾. Het is echter wel een logische vervolgentwikkeling in de instrumentenbouw en zo ontstonden er in de loop van de 16e eeuw inderdaad meetinstrumenten waarbij in de horizontale plaat een klein kompas was ingebouwd (afb. 7).



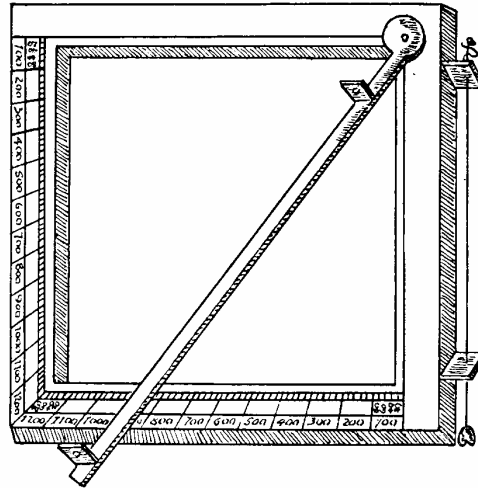
Afbeelding 7.

In de tekst lezen we verder dat er vanaf een toren gemeten werd en dat daarna ter plaatse op een (teken)bord de gemeten lijnen getekend werden. Daarna ging men met het instrument, het kompas en het tekenbord naar de volgende toren, aldus volgens Frisius. Wat lag meer voor de hand dan het direct combineren van meten en tekenen door het gebruik van een losse vizierliniaal op het tekenbord? Met het kompas kon men een van de zijanten oriënteren of een noord-zuidlijn tekenen en daarna de vizierliniaal richten op de op te meten punten en direct tekenen langs een afgeschuinde kant van die vizierliniaal. Zo is de meettafel, tegenwoordig planchet genoemd, in gebruik gekomen. Men leest soms dat het idee van Gemma Frisius zelf afkomstig zou zijn⁽¹⁶⁾ maar bewijzen daarvoor zijn door mij niet gevonden.

De Scala Altimetra of Geometrica

Het instrument dat in het vierde hoofdstuk genoemd wordt is in oorsprong eveneens een astronomisch meetinstrument. Het werd gebruikt voor verticale hoekmetingen of hoogtemetingen, vandaar de term 'altimetra'. Het werd echter ook voor horizontale metingen gebruikt.

Meer bekend is de benaming **Geometrisch Quadraat** of **Meetskundig Vierkant**. Het is, zoals de naam al zegt, een vierkant instrument dat twee uitvoeringen kende. Bij de eerste uitvoering werd langs een van de rechthoekszijden gericht op een hemellichaam en dan gaf een schietlood de helling aan op een verdeling. Bij de tweede uitvoering werd een zijkant met behulp van een schietlood verticaal gesteld, waarna met een draaibare vizierliniaal op het te meten object werd gericht (afb. 8) en de helling afgelezen. Langs twee zijkanten was een twaalftallige verdeling aangebracht. Er werden hier geen hoeken in graden gemeten maar de hoek werd uitgedrukt als een verhoudingsgetal tussen de twee rechthoekszijden ⁽¹⁷⁾. Bij afbeelding 8 is die helling dus $825 : 1200 = \text{cotg}$ van de elevatiehoek.



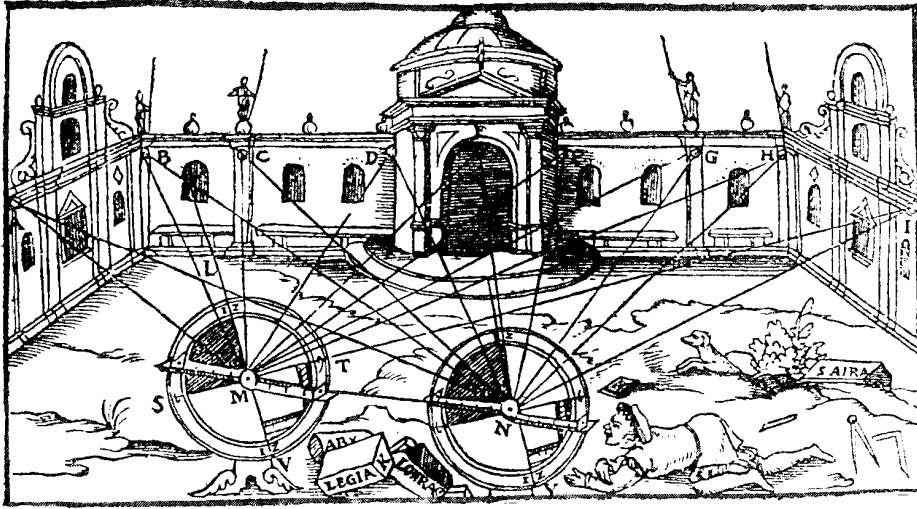
Afbeelding 8.

Het is deze uitvoering die hier wordt gebruikt. De gang van zaken bij de indirecte afstandsmeting was als volgt: In de eerste standplaats (A) werden alleen twee rechthoekszijden gebruikt en niet de vizierliniaal. Er werd op het verre punt (toren) gericht en op een volgende standplaats (B). Dan werd de afstand van A naar B gemeten. In de tweede standplaats werd eerst een zijde gericht op A en daarna de vizierliniaal op de toren. Met het afgelezen verhoudingsgetal en de bekende afstand AB is de afstand van A naar de toren te berekenen.

De verspreiding van de driehoeksmeting over Europa

Of Gemma Frisius de 'uitvinder' is van de driehoeksmeting kan niet met zekerheid gezegd worden. In elk geval is hij degene die voor het eerst een duidelijke beschrijving heeft gegeven van de methode van de voorwaartse snijding. Terecht schrijft hij hierover dan ook bij de aanhef van zijn boekje: "*welck te voren noyt ghesien en is gheweest*".

De herdrukken van de Cosmografie van Apianus met zijn aanhangsel in het Latijn en diverse Europese talen hebben er toe bijgedragen dat deze methode tot ver buiten Leuven bekend werd. Bovendien heeft Frisius de voorwaartse snijding ook nog beschreven in zijn "*Medici ac Mathematici de astrolabo catholico liber....*", Antwerpen 1556 (afb. 9).



Afbeelding 9.

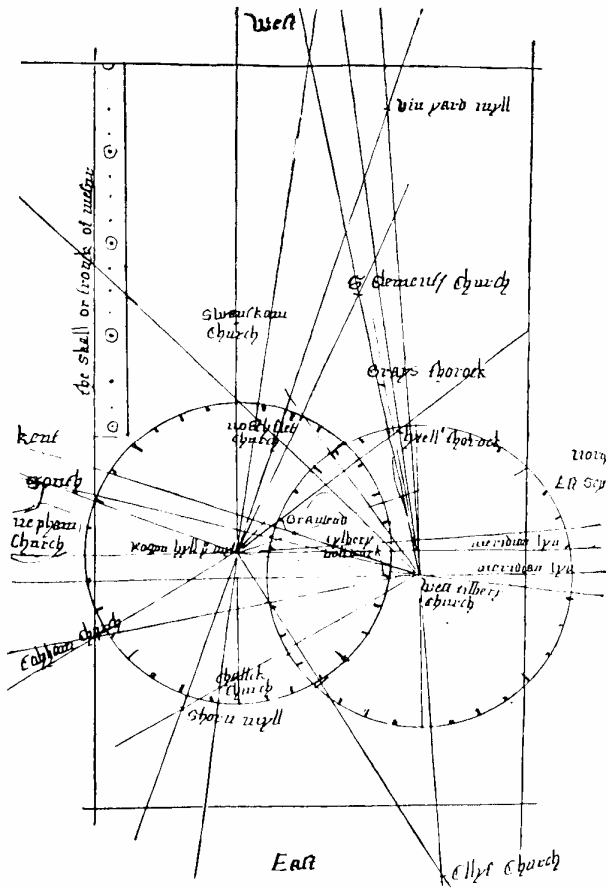
Hier wordt de meting gedemonstreerd op een grote binnenplaats of op een plein. De tekenaar had wat moeite met het perspectief, maar bedoeld zijn metingen in het horizontale vlak! Ook is hier te zien dat het getekende instrument sterke overeenkomst vertoont met de achterkant van het astrolabium.

In verschillende landen verschenen publicaties met daarin getekend een driehoeksnet zoals dat van Gemma Frisius.

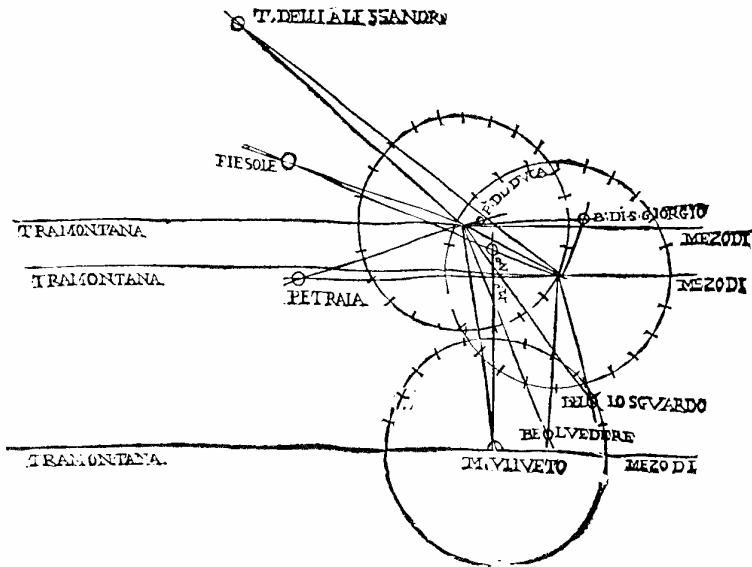
In een manuscript van de Engelsman William Bourne getiteld *"Arte of Shooting in Great Ordnance"*, c.1572, beschrijft deze, geheel in de trant van de methode van Gemma Frisius, een meting van een gebied oostelijk van Londen, vanuit Gravesend en Tilbury. Hij schijnt ook de afstand tussen twee kerken gemeten te hebben om van daaruit de schaal te bepalen, want hij schrijft *"I measured the distance between Northfleet church and Gravesend church & found the measure upon the right lyne a myle and half a quarter"*. Half a quarter is een achtste, de afstand was dus een en een-achtste mijl. Het bijbehorende driehoeksnet is te zien in afbeelding 10. De tekening van het meetinstrument in afbeelding 7 is eveneens uit dit manuscript ⁽¹⁸⁾.

De uit Florence afkomstige wiskundige Cosimo Bartoli (1503-1572) schreef een populair werk over allerlei aspecten van het meten *"Del modo di mesurare le distantie, le superficie, i corpi, le piante, le provincie, le prospettive,"*. Deze publicatie verscheen in 1564 en beleefde een aantal herdrukken. Uit de uitgave van 1614 komt de tekening van afbeelding 11. Hier is een driehoeksnet te zien met drie standplaatsen ⁽¹⁹⁾, maar verder is de overeenkomst overduidelijk.

Dat de driehoeksmeting niet alleen voor geografen maar ook voor landmeters van grote betekenis zou blijken te zijn werd al spoedig duidelijk. Vooral toen deze laatste zich bezig gingen houden met karteringswerk.

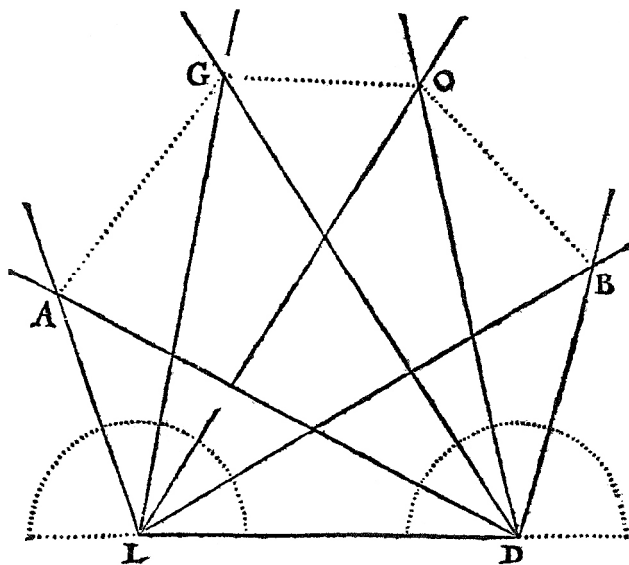


Afbeelding 10.



Afbeelding 11.

In ons land zien we vanaf het midden van de 16e eeuw dat landmeters geleidelijk aan tevens kaartenmakers werden. Noodzakelijk daarbij was wel dat zij hun meetmethoden aanpasten, want van het op te meten gebied moest men nu niet alleen de grootte berekenen maar vaak moest ook een kaart gemaakt worden. Het gevolg was dat nu in landmeetkundeboeken aandacht werd besteed aan de driehoeksmeting. Dit was ook het geval in het boek van de landmeters Johan Sems en Jan Pietersz Dou *"Van het gebruyck der Geometrijsche instrumenten"*, verschenen in 1600 ⁽²⁰⁾. Daarin is het achtste 'Capittel' getiteld: *"Waer in gheleert sal worden Caerten te maken van Landtschappen, mitsgaders hoemen een gantsche Provincie sal afmeten"*.



Afbeelding 12.

In het eerste *"Exempel"* wordt de voorwaartse snijding besproken aan de hand van een (denkbeeldige) meting vanuit Leiden en Delft naar de 'steden' Gouda en Rotterdam en de 'dorpen' Ouderkerk en Alphen (afb. 12).

In het tweede voorbeeld wordt vanuit Leiden gewerkt met richting en afstand naar andere plaatsen en in het derde voorbeeld wordt de trilateratie besproken aan de hand van de afstanden tussen Leeuwarden, Franeker, Sneek en Bolsward.

Dat de schrijvers de *Cosmografie* van Apianus kenden blijkt uit de tekst na het derde voorbeeld. Ze schrijven dat kaarten ook getekend kunnen worden met *"de longitudo ende latitudo"* van *"Ptolomei, Petri Apiani, ofte eenighe andere"*. Zij beëindigen dit hoofdstuk met de opmerking dat een kaart van een groot gebied *"eenighe onperfectie"* zal vertonen vanwege *"de rondicheydt des aerdtbodems"*. Het lijkt geen twijfel dat zij hun kennis ontleend hebben aan het aanhangsel van Gemma Frisius, alhoewel zij diens naam niet noemen.

Aantekeningen

1. Voor de aangehaalde teksten is gebruik gemaakt van een exemplaar uit 1598 uit de verzameling van de schrijver.
2. Ein Büchlein - wie man es vorher noch nie gesehen hat - über das Verfahren, Orte zu bescheiben, zu zeichnen und ihre Abstände zu ermitteln. Aus dem Lateinischen von Erich von Reeken. Frankfurt am Main 1985.
3. N.D. Haasbroek - Gemma Frisius, Tycho Brahe and Snellius and their triangulations. Rijkscommissie voor Geodesie, Delft 1968.
4. Voor de diverse uitgaven zie: F. van Ortroij - Bibliographie de l'oeuvre de Pierre Apian. Gand 1902, herdruk Amsterdam 1963.
5. Dit gebeurde het eerst door de Engelsman John Harrison in de tweede helft van de 18e eeuw.
6. Zie: E. Crone - De nachtwijzer of nocturniaal. De Zee, 63 (1941), p. 313-321, p. 377-391.
7. C. Koeman - The Astrolabium Catholicum. Coimbra 1980.
E. Crone - Het gebruik van het Astrolabium Catholicum. De Zee, maart 1916, p. 180-193.
8. Een exemplaar van de uitgave uit 1537 bevindt zich in het maritiem museum "Prins Hendrik" te Rotterdam.
9. Zie noot 1.
10. De begrippen driehoeksmeting en voorwaartse snijding zijn voor elke geodeet of landmeter volkomen duidelijk. Niet-vakgenoten worden verwezen naar een hedendaags landmeetkundeboek of de volgende artikelen:
 - H.C. Pouls - Oude landmeetkundige methoden en de hedendaagse terminologie. In Kartografisch Tijdschrift, jaargang XI (1985), nummer 3, p. 19-27.
 - H.C. Pouls - De driehoeksmeting of triangulatie. In Caert-thresoor, 8e jaargang (1989) nr.3, p. 61-71.
11. Of die fout in alle Nederlandstalige drukken voorkomt is mij niet bekend. In elk geval staat deze in de uitgaven van 1598 en 1609 van Cornelis Claesz in Amsterdam.
12. Zie hierover: C. Koeman - Geschiedenis van de kartografie van Nederland. Alphen aan den Rijn 1983, p. 44 en 45.

13. Voor meer informatie over het astrolabium zie:
 - F. Schmidt - Geschichte der geodätischen Instrumente und Verfahren im Altertum und Mittelalter. Kaiserslautern 1935. Ongewijzigde herdruk Stuttgart 1988. p. 251-280.
 - J. Hügin - Das Astrolabium und die Uhr. Ulm 1978.
 - F.A. Dreier (Bearbeiter) - Winkelmessinstrumente. Vom 16. bis zum frühen 19. Jahrhundert. Berlin 1979, p. 21-26.
14. De declinatie is niet overal hetzelfde, bovendien verandert die in de loop van de tijd maar dat laten we hier verder buiten beschouwing. In de zeevaartkunde wordt deze afwijking of miswijzing variatie genoemd. Declinatie is daar de hoogte van een ster boven de hemelequator uitgedrukt in graden.
15. Dit staat onder meer bij: A.W. Richeson - English Land Measuring to 1800. Instruments and Practice. London 1966, p. 9. en ook bij S. Tyacke & J. Huddy - Christopher Saxton and Tudor map-making. London 1980, p. 21.
16. F. Deumlich - Surveying Instruments. Berlin & New York 1982, p. 11. Dit boek is een vertaling van: Instrumentenkunde der Vermessungstechnik. Berlin 1957 en later.
17. Voor de geschiedenis van het meetkundig vierkant en de oorsprong van de twaalfvallige verdeling zie: F. Schmidt (1935/1988), p. 244-249.
18. Tyacke & Huddy (1980) p. 22 en 23.
19. Of die tekening ook voorkomt in de eerste druk heb ik niet kunnen nagaan.
20. In 1600 verschenen in Leiden van Sems en Dou "Practijck des Landmetens" en "Van het gebruyck der Geometrijsche instrumenten". Latere ongewijzigde herdrukken verschenen in Amsterdam. In tegenstelling tot wat de titel suggereert gaat het eerste boek vooral over de meetkunde en het tweede boek over de landmeetkundige praktijk!

Summary, Gemma Frisius and his method of triangulation

One of the greatest advances in surveying methods was made by the Dutch mathematician, astronomer and geographer Gemma Frisius when he enunciated the first principles of triangulation. His tract, *Libellus de locorum de scribendorum ratione* (a little book on a method for delineating places ...), was appended in 1533 to the Antwerp edition of the *Cosmographia* by the German scholar Peter Apian or Apianus.

This book of Apianus, with the addition, had many reprints and was translated into a number of languages besides Latin. The first edition in the Dutch language appeared in 1537.

Several authors, writing about the history of surveying or map-making, refer to this treatise by Frisius but many of them have no idea of the actual contents of this booklet. Moreover this writing is an addition, an appendix, to the *Cosmographia* of Apianus and readers would have been expected to know also the contents of this last book.

In the first part of this publication attention is paid to the *Cosmographia* and a summary is given of the contents. Significantly Apianus describes how geographical co-ordinates are obtained and how, from these co-ordinates, distances in miles can be computed and how towns, etc. are plotted on maps (p. 7).

After this introduction the full old-Dutch text of Frisius' tract is given. In the third and last part of this study the actual context of Frisius' writing is discussed and scrutinized.

In chapter 1 Frisius gives a description of the intersection method, using compass-bearings from Antwerp and Brussels to various towns in the Low Countries. The figure showing this triangulation became well-known all over Europe (p. 15). Contrary to what some authors have written, this triangulation has never been used for mapping purposes. The reason is that it is impossible to see the towns of Middelburg and Bergen-op-Zoom, two of the towns shown on the diagram, from Brussels. Frisius notes this himself and clearly states that it is purely an example and not an actual survey!

A weak point in the description is that Frisius gives no indication how the exact distance between two towns is obtained. He only states that **if** one distance is known the other distances are known too. Presumably he had the use of geographical co-ordinates in mind.

In the fifth chapter the intersection method is again described but this time a measured base-line is used ("... 300 feet or more ..."). From the two ends angles are measured to other unknown points in the field. This is in fact the 'normal' method used by surveyors up to the present time.

Chapter 2 deals with the trilateration, the plotting of three points when only the distances between those points are known.

The third and fourth chapters describe methods for indirect distance measurements. The methods used by Frisius are only suitable for short distances and not for long distances (in 'miles').

In chapter 6 the use of bearings and distances for mapping purposes is discussed.

The seventh and last chapter is, more than the other chapters, a direct addition to the *Cosmographia* of Apianus. In this chapter a description is given of the computation of the difference in longitude when the difference in latitude and the distance between two points are known. Here the 'mean' latitude and a table given by Apianus is used.

Altogether the *Libellus* offers almost a complete treatise on the basic principles of land-surveying.

Gemma Frisius gives very little information about the instruments to be used. He clearly expects the reader to be familiar with the astrolabe, the seaman's compass and the *Scala Altimetra* or *Geometrica* (geometrical square).

There is **no** indication that he proposes new instruments such as an angle-measuring instrument with an insert compass or a plane table.

In the first chapter Frisius suggests the use an instrument "similar to the back-side of an astrolabe", this instrument is oriented with the help of a simple seaman's compass and, when this is done, he writes "**take that compass away**". This proves that the compass was not integrated in the instrument. After observations have been made from the "highest tower of the town" to the other towns, "something flat" (a board) is used to draw the observed bearings. It is clear that, here, three different instruments are mentioned. The instruments with an insert compass or the plane table are logical developments but that is not found in this treatise by Gemma Frisius.

As the *Cosmographia*, with the booklet of Frisius, had many reprints in various languages, the method of intersection became well-known in Europe.

Furthermore this method was also described in another book by Gemma Frisius *Medici ac Mathematici...*, Antwerp 1556, see illustration on p. 38.

Triangulation schemes similar to that of Gemma Frisius may be found in publications of William Bourne (c. 1572), Cosimi Bartoli (1564) and others.